



Research Article

OPEN ACCESS

Kharazmi Journal of Earth Sciences

Journal homepage <https://gnf.khu.ac.ir>

## Satellite based band features change detection using discrete fractional Fourier transform

Razieh Safa<sup>1</sup>, Parviz Zeaiean Firoozabadi<sup>2,\*</sup>, Seyed Mohammad Tavakoli Sabor<sup>3</sup>

1. MSc., Department of Remote Sensing and GIS, Faculty of Geographical Sciences, Kharazmi University, Tehran Iran.

2. Associate Professor, Department of Remote Sensing and GIS, Faculty of Geographical Sciences, Kharazmi University, Tehran Iran.

3. Assistant Professor, Department of Remote Sensing and GIS, Faculty of Geographical Sciences, Kharazmi University, Tehran Iran.

### Article info

#### Article history

Received: 17 June 2023

Accepted: 01 September 2023

#### Keywords:

Remote Sensing, Change Detection, Discrete Fractional Fourier Transform, Sentinel 2 Sensor, Structural Geology.



### Abstract

Changes in earth surface features may occur due to internal or external changes. However, regardless of the origin of the change, detection and monitoring of these changes will contribute to environmental planning for sustainable development and optimal utilization of resources. In this sense, introducing and implementing methods that are successful in recognizing the magnitude and trend of change will be useful. For this reason, the processing of satellite images in different sciences and with different purposes has become one of the main areas of research. This study aims to identify the changing areas frequency domain using discrete fractional Fourier transform method and the optimal order of discrete fractional Fourier transform to determine the accuracy and completeness of change detection in satellite images. In this regard, due to the inability of existing software packages on detecting changes using discrete Fourier transform, a software has been developed in MATLAB environment. First, the accuracy of the output generated through developed software was evaluated on differential sample images. Then, using Landsat and Sentinel2 satellite images from different dates and finding the value of coefficient "a" in the Fourier fraction transform, different outputs were obtained. Here, the results of the change image obtained from the optimal fractional Fourier transform method were compared with the difference image. The bands 2, 3 and 4 of Sentinel 2 did not indicate any sensitivity to changes in geological structures. However, they showed most of the changes in vegetated areas. However, band 8 (infrared band) of this sensor not only detected changes on vegetated areas, but also revealed changes in geological structures.

### Introduction

Change detection is the process of identifying and detecting differences in the state of a phenomenon or a surface by observing it at different times (Singh, 1989). This method is basically the act of comparing two images taken at different times of the same area to identify different spectral reflections

between them. In fact, the difference in spectral response of pixels is the change that is identified and revealed because any change in objects alters their spectral behavior (Jensen, 1983). Changes in images can be caused by various factors such as the appearance or disappearance of objects, changes in the shape or movement of objects, and changes in the

DOI <http://doi.org/10.22034/KJES.2023.9.1.106261>

\*Corresponding author: Parviz Zeaiean Firoozabadi; E-mail: [p.zeaiean@gmail.com](mailto:p.zeaiean@gmail.com)

**How to cite this article:** Safa, R., Zeaiean Firoozabadi, P., Tavakoli Sabor, S. M., 2023. Satellite based band features change detection using discrete fractional Fourier transform. Kharazmi Journal of Earth Sciences 9(1), 116- 149. <http://doi.org/10.22034/KJES.2023.9.1.106261>



color or brightness of fixed objects. However, the change of the earth's surface is the result of the influence of natural phenomena or human activities. In general, land surface changes can be seen in two ways: one is a change in the natural land cover and the other is a change in the type of land use (Barnsley et al., 2001). In remote sensing studies, any changes in surface components at different rates are called changes (Hussain et al., 2013). What is obtained during the change detection process is the estimation of a set of pixels that have changed compared to before, for any reason, whether these changes are vital or similar to what is obtained due to the change of lighting are so important. The purpose of detecting changes is to compare two conditions or their similar places at different times and to control all the differences caused by changes in their values and states (Moghimi, 2014). In this regard, various methods are used, which differ in terms of the number, regions, number of pixels of change, and the amount of change, and each of them has its own advantages and disadvantages. This issue identifies the need to choose and propose a method with the highest precision and accuracy according to the purpose and the subject. Although a variety of change detection techniques have been developed, it is still difficult to choose a suitable method for accurate change detection to achieve the goals of a specific research topic or a special study area, because various factors affect changes or to be more specific, are effective on the emergence and emergence of changes. In order to identify the changes, regardless of the type of method and algorithm used, first of all, information from the desired ranges in two different time periods (before and after the change) is needed, and this information is only remote sensing data selected based on appropriate methods

(Moghimi, 2014). An appropriate method for identifying changes should include information such as changed areas and the rate of changes, spatial distribution of the nature of changes, the trajectory of changes in land use coverage and evaluation of the results of identifying changes (Lu et al., 2004). According to the studies carried out in the field of identifying changes using different methods, the accuracy of the results depends on some factors including spatial resolution, radiometric resolution, accuracy of image geometric correction, normalization, calibration, access to data, high-reliability ground data, the behavior of phenomena in the study area and the cycle of natural changes in them, the methods used to identify changes, the type of classification methods and the type of clustering. In terms of direct comparison, the experience and skill of the expert agent, the information and the degree of familiarity of the expert with the study area (Lu et al., 2004; Sadeghi 2011; Organi 2006).

Researchers have provided various categories to reveal changes. In 2003, Hay and Hall classified the types of change detection methods available in three levels: pixel, feature, and object levels (Table 1).

Table 1. Available different change detection approaches in three levels of pixel, feature and object (Hall and Hay, 2003).

Level	Methods
Pixel	Image Differencing
	Image Rationing
	Image Regression
	Change Vector Analysis
	End member Analysis
Feature	Local Texture
	Principal Components Analysis
	Shape Analysis
	Vegetation Index Differencing
	Wavelet

<b>Object</b>	Artificial Intelligence
	Artificial Neural Network
	Direct Multidate Classification
	Expert system
	Post-classification Comparison
	Fuzzy Post-classification Comparison

The fractional Fourier transform is a generalization of the simple Fourier transform. It was introduced by Victor Namias in 1980 (Namias, 1980). Its modification and mathematical explanation were reviewed by McBride and Keer in 1987. The fractional Fourier transform in the analysis of time-varying signals has gained a lot of popularity in a very short period (Mendlovic and Ozaktas, 1993) and discrete fractional Fourier transform has found its application in the field of image processing as a new method. (Ozaktas et al., 1996).

The current research seeks to reveal the changes in the geological formation of the study area using the Fractional Fourier method, and the most important challenge of this research is to prove which of the reflective bands of the Sentinel 2 satellite images performs better on non-vegetated areas (here, rocky area). The hypothesis is that the infrared band (band 8) of this sensor will perform better among the other bands because it is closer to the short wave bands.

Remote sensing science and technology has become a powerful tool to help progress in different branches of science. Agriculture, forestry, climatology, urban and rural land use land cover, geological sciences are not exempted from such advancements. They proved their usefulness in mineral exploration, geological structure, and sedimentary rocks and volcano studies. Different data types and analysis including optical and radar data and their processing algorithms have been

extensively used and developed. Change detection based upon remotely sensed data is one of the most widely used application of these data. There are many algorithms developed with the aim of change detection including band arithmetic, PCA, image classification, change vector analysis, correlation, fuzzy and neural networks and segmentation. There is very little attention that has been focused on the use of Fourier transform on change detection.

### Material and methods

The images used to test the effectiveness of the developed software and the satellite data are as follows:

In order to test the effectiveness of the developed software, a set of steel images (Figure 1) taken with a digital camera from a scene including various fruits and in Figure 2, three types of changes have been applied, one is a change in terms of the existence or the absence of some fruits, and secondly, the displacement of some fruits, and thirdly, the viewing angle of the photographer, which has a displacement of one millimeter. This displacement is applied to check the changes resulting from the change of the angle of light radiation (Figure 1-3 and Figure 2-3). These images are prepared in 384 x 512 size and the depth of each pixel is 8 bits. If the algorithm can show all the pre-designed changes, it will perform the desired operation and it can be used for other purposes such as detecting changes in satellite images.

After testing the efficiency of the developed software, two types of satellite data were used. The first type of satellite images, the changes in which are completely clear in terms of quantity and location (Figures 3 and 4). This collection of images also checks the correctness of the developed algorithm's performance on satellite images.

Finally, satellite images whose changes are somewhat unclear in terms of the extent of the change. These images are related to the Sentinel 2 satellite, which was taken in the two months of September and October 2016 from an area around Karaj (Figures 5 to 12). In this collection, four bands 2, 3, 4, and 8, blue, green, red, and infrared bands, respectively, are examined. Their spatial resolution is 10 meters and their radiometric resolution is 16 bits.

### **Change detection using optimal fractional Fourier transform**

In order to reveal changes in satellite images using this method, the following steps are taken in order:

#### **First step: Preliminary studies**

The necessary information for the design and implementation of the algorithm has been collected during the conducted studies and the present algorithm has been developed in MATLAB software.

#### **Second step: Obtaining satellite images**

Satellite images that were taken from the same area and had changes on two dates were collected.

#### **Third step: Pre-processing of satellite images**

In this stage, necessary pre-processing steps have been performed on satellite images.

#### **Fourth step: Normalization of reflectance intensity**

In this step, digital numbers in second image have been normalized relative to the first image in terms of brightness. This normalization is done according to the following formula:

$$I_2(x, y) = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} (I_2(x, y) - \mu_2) + \mu_1$$

Where,  $I_2$  and  $I_1$  are the normalized and initial reflection of band 2 respectively,  $\sigma_1/\sigma_2$  are the standard deviation ratio of reflectance numbers in bands 1 and 2,  $\mu_2$  and  $\mu_1$  are the average digital numbers in two bands.

#### **Fifth step: Difference**

Here, two input images that were prepared from the same area and at a time interval are subtracted from each other. The result of this difference is a raw image that specifies the location of the changes.

#### **Sixth step: Transformation**

In this step, the image obtained from the previous step is subjected to fractional Fourier transformation as input. Since the fractional coefficient "a" is a variable coefficient, the value of this parameter must be specified. In each of these images, the optimal value of the fractional coefficient "a" is measured and recorded for the final checks. Therefore, in each step of working with a pair of images, it is necessary to run the algorithm many times with different values of the fractional coefficient a to determine the optimal value. Finally, the accuracy of the final image in terms of detecting changes, in addition to visual evaluation, is measured by the correlation with the difference image obtained from two input images in the same band.

#### **Seventh step: Quantization**

After applying the transformation, the resulting matrix is subjected to quantization so that only the appropriate coefficients are kept and the rest are converted to zero.

#### **Eighth step: Return of transformation**

To restore the change image, the return of the fractional Fourier transform with a negative fractional coefficient, i.e. -a, is applied on the remaining coefficients from the previous step.

#### **Ninth step: determining the change areas**

According to the result of fractional Fourier transformation on the obtained image, the change areas are framed and applied to the original images. In this way, the changed areas are determined on the primary images.

#### **Tenth step: Validation of the results**

If the detection result was suitable with the interpretation of the resulting image, the result is recorded, and otherwise, the algorithm is executed again with another numerical value of the parameter  $a$ . If the interpreter cannot choose the best among several results, the best result is selected by using the correlation between the final image and the difference image.

## Results and discussion

### Results on test images

In the set of normal images under test, the changes of removal, displacement of elements and change in brightness intensity, all with the algorithm designed with a value of 0.91, all the changes were evident (Fig. 15).

In Figure 14, which is the result of fractional Fourier transformation, all the white parts with a numerical value of 255 are the detected changes from the images, and the black parts are the areas that the designed algorithm presents without less changes.

In Figure 15, the change regions specified in the optimal fractional Fourier transform image with green squares are applied to the original images. As it is clear, all the changes are evident with green squares.

In the second set, which is related to the fourth band, the water volume of the river has

increased due to the water intake of the Karun 3 dam (Fig. 3 and 4). This change is checked with the designed algorithm.

In the second group of this series, where the change in the volume of river water is clear, it was concluded that  $a = 0.88$  is a suitable amount (Fig. 16 and 17).

### Results on Sentinel 2 images

The results of running the designed algorithm on each band in question are shown in Figures 18 to 25.

In each of these images, the optimal value of the fractional coefficient “ $a$ ” is measured and recorded for the final checks. Therefore, in each step of working with a pair of images, it is necessary to run the algorithm many times with different values of the fractional coefficient “ $a$ ” to determine the optimal value.

Finally, the accuracy of the final image in terms of detecting changes, in addition to visual evaluation, is measured by the degree of correlation with the difference image obtained from two input images in the same band (Table 2).

The correlation coefficient between the optimal fractional Fourier transform image and the difference image in band 8 with a value of 0.87 is equal to 66.3% (Table 2).

Table 2. Correlation coefficients between optimum discrete Fourier transform image and difference image in Sentinel 2 band 2,3,4 and 8.

Band no.	Band 2	Band 3	Band 4	Band 8
Correlation coefficient	84.7	85.6	88.7	66.3

## Conclusion

Considering the unique complexities of algorithms based on Fourier transform functions, this research showed that despite these complexities, it is possible to reveal the changes of complications on the surface of the Earth by relying on the applied mechanism. By conducting this research based on the use of

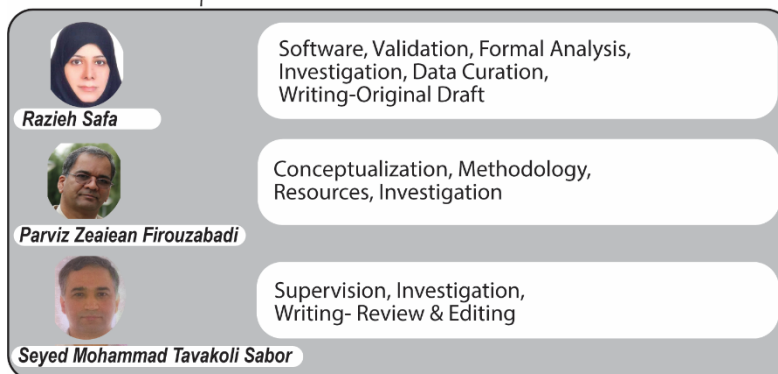
optimal fractional Fourier transform in detecting changes, it is concluded that this method is successful in identifying the location of changes and is flexible in obtaining the output in such a way that it can be done with optimal algorithm made the results more favorable to some extent. Anyhow, complex calculations, advanced coding, and limitations

in the size and dimensions of input images are among the challenges faced by researchers in performing this method. Also, as a result of applying this algorithm, it is possible to reach this general conclusion that the changes related to the geological formations show themselves in images with a longer wavelength (sentinel band 8). However, in this research, the short-wave infrared bands, i.e. bands 11 and 12 of the Sentinel 2 satellite sensor, have not been challenged.

### References

- Barnsley, M.J., Moller-Jensen, L., Barr, S.L., 2001. Inferring urban land use by spatial and structural pattern recognition. *Remote Sensing and Urban Analysis*. Taylor and Francis 115-144.
- Hall, O., Hay, G. J., 2003. A multiscale object-specific approach to digital change detection. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation* 4, 311-327.
- Hussain M., Chen D., Cheng A., Wei H., Stanley D., 2013. Change detection from remotely sensed images: From pixel-based to object-based approaches. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 80, 91-106.
- Jensen, J.R., 1983. *Urban/Suburban Land Use Analysis, Manual of Remote Sensing*. American Society of Photogrammetry. Falls Church, Virginia 1571–1666.
- Lu D., Mausel P., Brondizio E., Moran. E., 2004. Change detection techniques. *International journal of remote sensing* 25. 2365-2401.
- Mendlovic D., Ozaktas Haldun M., 1993. Fractional Fourier transforms and their optical implementation. *Journal of Optical Society of America* 9(10).
- Moghim, A., 2014. Integrating Spectral and Textural Information to Detect Changes using Multi-Temporal Satellite Images and Using Direct and after Classification Comparison. M.E. Thesis, Department of Surveying, KN Tousei University of Technology.
- Namias V., 1980. The Fractional Order Fourier Transform and Its Application to quantum mechanics. *Journal of Institute of Mathematics and its Applications* 25 241-265.
- Organi M, 2006. Monitoring Urban Expansion Using Satellite Images Vis Spectral Mixing Model and After Classification Comparison. M.E. Thesis, Department of Civil Engineering. University of Tehran. In Persian.
- Ozaktas H. M., Arikan O., Kutay M. A., Bozdagi G., 1996. Digital Computation of the Fractional Fourier Transforms. *IEEE Transactions on Signal Processing* 44(9) 2141- 2150.
- Sadeghi, V., 2011. Knowledge-Based System for Map Updating using Satellite Images. M.E. Thesis, Department of Surveying, KN Tousei University of Technology.
- Singh, A., 1989. Digital Change Detection Techniques Using Remotely Sensed Data. *International Journal of Remote Sensing* 10 989-1003.

### CRediT authorship contribution statement





## آشکارسازی تغییرات عوارض زمینی در تصاویر ماهواره‌ای با استفاده از تبدیل فوریه کسری گسسته

راضیه صفا<sup>۱</sup>، پرویز ضیائیان فیروزآبادی<sup>۲\*</sup>، سید محمد توکی صبور<sup>۳</sup>

۱. کارشناسی ارشد، گروه سنجش از دور، دانشکده علوم جغرافیایی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران
۲. دانشیار، گروه سنجش از دور، دانشکده علوم جغرافیایی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران
۳. استادیار، گروه سنجش از دور، دانشکده علوم جغرافیایی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

اطلاعات مقاله	چکیده
<p><b>تاریخچه مقاله</b> دریافت: ۱۴۰۲/۰۳/۲۷ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۱۰</p> <p><b>واژه های کلیدی</b> سنجش از دور، آشکارسازی تغییرات، تبدیل فوریه کسری گسسته، سنجنده سنتینل ۲، ساختارهای زمین‌شناسی.</p>	<p>تغییرات عوارض سطح زمین ممکن است در اثر تحولات درونی یا بیرونی زمین رخ دهد. به هرحال، صرف نظر از منشاء تغییر، آشکارسازی و پایش این تغییرات کمک شایانی به برنامه‌ریزی محیطی در راستای توسعه پایدار و بهره‌برداری بهینه از منابع خواهد نمود. در این راستا، معرفی و اجرای روش‌هایی که در تشخیص شدت و روند تغییرات موفق باشند، مفید خواهد بود. به همین دلیل پردازش تصاویر ماهواره‌ای در علوم مختلف و با اهداف متفاوت، تبدیل به یکی از زمینه‌های اصلی پژوهش شده است. این پژوهش، با هدف مشخص کردن مناطق در حال تغییر با بهره‌گیری از روش تبدیل فوریه کسری گسسته و بررسی مرتبه بهینه تبدیل فوریه کسری گسسته بر صحت و کامل بودن آشکارسازی تغییرات در تصاویر ماهواره‌ای در فضای فرکانسی تصویر می‌پردازد. در این راستا با توجه به عدم توانایی نرم‌افزارهای موجود در آشکارسازی تغییرات با استفاده از تبدیل فوریه گسسته، با توسعه نرم افزار در محیط MATLAB، ابتدا اقدام به برآورد صحت کارکرد نرم افزار توسعه یافته بر روی تصاویر تفاضلی نمونه شد. سپس با بهره‌گیری از تصاویر ماهواره‌ای لندست و سنتینل ۲ متعلق به تاریخ‌های متفاوت و یافتن مقدار ضریب انعطاف‌پذیر <math>\alpha</math> در تبدیل فوریه کسری، خروجی‌های متفاوت و متنوع بدست آمد. در اینجا نتایج با میزان همبستگی تصویر تفاضل و تصویر تغییر حاصل از روش تبدیل فوریه کسری بهینه مقایسه شدند. باندهای ۲، ۳ و ۴ از سنجنده سنتینل ۲ بر روی تغییرات ساختارهای زمین‌شناسی حساسیت خاصی نشان ندادند و بیشتر نواحی تغییر یافته پوشش گیاهی را نشان دادند. این در حالیست که باند ۸ (باند مادون قرمز) از این سنجنده علاوه بر نواحی تغییر یافته گیاهی، تغییرات در ساختارهای زمین‌شناسی را نیز بخوبی آشکار نمود.</p>



### مقدمه

آشکارسازی تغییرات، فرآیند شناسایی و تشخیص اختلاف در حالت یک پدیده یا یک سطح از طریق مشاهدات آن در زمان‌های مختلف است (Singh, 1989). این روش اساساً عمل مقایسه بین دو تصویر

DOI <http://doi.org/10.22034/KJES.2023.9.1.106261>

\*نویسنده مسئول: پرویز ضیائیان فیروزآبادی [p.zaeian@gmail.com](mailto:p.zaeian@gmail.com)

استناد به این مقاله: صفا، ر.، ضیائیان فیروزآبادی، پ.، توکی صبور، س. م. (۱۴۰۲) آشکارسازی تغییرات عوارض زمینی در تصاویر ماهواره‌ای با استفاده از تبدیل فوریه کسری گسسته. جلد ۹، شماره ۱، صفحه ۱۱۶-۱۴۹

<http://doi.org/10.22034/KJES.2023.9.1.106261>



برداشت شده در زمان‌های مختلف از یک منطقه است تا بازتاب‌های طیفی متفاوت میان آن‌ها را شناسایی کند. در واقع اختلاف پاسخ طیفی پیکسل‌ها همان تغییری است که شناسایی و آشکار می‌شود چرا که هر تغییری در اشیاء، رفتار طیفی آن‌ها را تغییر می‌دهد (Jensen, 1983). تغییر در تصاویر می‌تواند در اثر عوامل مختلفی از جمله ظهور یا ناپدید شدن اشیاء، تغییر شکل یا حرکت اشیاء و تغییرات رنگ یا روشنایی اشیاء ثابت ایجاد شود. اما تغییر سطح زمین نتیجه تأثیر پدیده‌های طبیعی و یا فعالیت‌های انسانی است. به طور کلی تغییرات سطح زمین به دو شکل دیده می‌شود: یکی تغییر در پوشش طبیعی اراضی و دیگری تغییر در نوع کاربری اراضی (Barnsley et al., 2001). در مطالعات سنجش از دور به هر گونه تغییر در مؤلفه‌های سطح با نرخ‌های مختلف، تغییرات گفته می‌شود (Hussain et al., 2013). آنچه در طی فرآیند آشکارسازی تغییرات حاصل می‌آید، برآورد مجموعه‌ای از پیکسل‌ها است که نسبت به قبل، به هر علتی تغییر کرده‌اند؛ خواه این تغییرات اساسی باشند و یا مانند آنچه در اثر تغییر نور حاصل می‌شود، جزئی باشند. هدف از آشکارسازی تغییرات، مقایسه دو عارضه یا مکان مشابه آن‌ها در زمان‌های متفاوت و کنترل تمام تفاوت‌های ناشی از تغییرات در مقادیر و حالات آن‌ها می‌باشد (Moghimi, 2014). در این راستا روش‌های مختلفی به کار گرفته می‌شوند که در تشخیص درست مناطق تغییر یافته از نظر تعداد، مناطق، تعداد پیکسل‌های تغییر و نیز مقدار تغییر با هم اختلاف دارند و هر یک

دارای مزایا و معایب خاص خود هستند که این موضوع نیاز به انتخاب و پیشنهاد یک روش با بالاترین دقت و صحت متناسب با هدف و موضوع را مشخص می‌سازد. اگر چه انواع تکنیک‌های آشکارسازی تغییرات توسعه یافته‌اند، اما هنوز هم دشوار است تا روشی مناسب برای آشکارسازی دقیق تغییرات برای رسیدن به اهداف یک موضوع تحقیقی خاص یا یک منطقه مطالعاتی ویژه انتخاب نمود چراکه عوامل مختلفی بر روی ایجاد تغییرات و یا به عبارت صحیح‌تر، بر روی ظهور و بروز تغییرات مؤثرند. جهت شناسایی تغییرات، صرف‌نظر از نوع روش و الگوریتم مورد استفاده، ابتدا به اطلاعاتی از محدوده‌های مورد نظر در دو مقطع زمانی مختلف (قبل از تغییر و بعد از تغییر) نیاز است که این اطلاعات همان داده‌های سنجش از دور است که با استفاده از روش‌های مناسب، تغییرات براساس آن‌ها شناسایی می‌شود (Moghimi, 2014). یک روش شناسایی تغییرات مناسب باید شامل اطلاعاتی نظیر ماهیت تغییر یافته و نرخ تغییرات، توزیع مکانی ماهیت تغییرات، خط سیر تغییرات پوشش کاربری اراضی، ارزیابی نتایج حاصل از شناسایی تغییرات باشد (Lu et al., 2004). با توجه به مطالعات صورت گرفته در زمینه شناسایی تغییرات با استفاده از روش‌های مختلف، دقت نتایج وابسته به پاره‌ای از عوامل نظیر قدرت تفکیک مکانی، قدرت تفکیک رادیومتریکی، دقت تصحیح هندسی تصاویر، نرمالیزاسیون، کالیبراسیون، میزان دسترسی به داده‌های زمینی با قابلیت اعتماد بالا، رفتار پدیده‌ها در منطقه مورد



نظری نشان می‌دهد مزایا، امکان‌پذیری و پتانسیل روش پیشنهادی بیشتر است. علاوه بر این، بر اساس نتایج حاصل از الگوریتم‌های مختلف سنتی، آموزش عمیق می‌تواند عملکرد تشخیص بیشتری را بهبود بخشد (Gong et al., 2016).

جهت از بین بردن عدم اطمینان در آشکارسازی تغییرات پیکسل‌های قرارگرفته در لبه‌های اشیاء و طبقه‌بندی اشتباه پیکسل‌ها، یانگ و همکاران (Yang, et al., 2022) پیشنهاد کردند که از دیکشنری زوجی و یادگیری عمیق استفاده گردد.

جهت آشکارسازی تغییرات با استفاده از داده‌های سنجنش از دور شش مرحله‌ی مهم وجود دارد که باید به ترتیب انجام گیرد. این شش مرحله به این شرح است (Jensen, 2015):

گام اول: مشخص کردن ماهیت مسئله آشکارسازی تغییرات اعم از تصاویر ماهواره‌ای، زمان اخذ تصاویر، در نظر گرفتن ویژگی‌های لازم برای آشکارسازی، روش مورد نظر و ...

گام دوم: ملاحظات مهم هنگام آشکارسازی تغییرات از جمله ویژگی‌های سنجنده مد نظر، توجهات زیست‌محیطی و ...

گام سوم: پیش پردازش‌ها و پردازش‌های لازم و اعمال روش‌های پردازش جهت برآورد تغییرات.

گام چهارم: بررسی صحت و دقت روش در آشکارسازی.

گام پنجم: رد یا قبول فرضیه‌ای که قبلاً اعلام شده.

گام ششم: انتشار نتایج دست آمده.

مطالعه و چرخه‌ی تغییرات طبیعی در آن‌ها، روش‌های به کار رفته در شناسایی تغییرات، نوع طبقه‌بندی در روش‌های مبتنی بر طبقه‌بندی و نوع خوشه‌بندی در زمینه روش‌های مبتنی بر مقایسه مستقیم، تجربه و مهارت عامل خبره، اطلاعات و میزان آشنایی عامل خبره با منطقه مورد مطالعه می‌باشد (Sadeghi, 2001; Organi, 2006; Lu et al., 2004). در تحقیقی دیگر (Malini and Moni, 2014)، جهت کاهش نویز ضربه از ترکیب فضای فوریه و فضای مکان استفاده شده است.

گانگ و همکاران (Gong et al., 2016) نیز تشخیص تغییرات برای تصاویر رادار SAR مبتنی بر یادگیری عمیق ارائه دادند. این روش با ایجاد یک شبکه عصبی عمیق، شناسایی مناطق تغییر یافته و بدون تغییر را انجام می‌دهد. هدف اصلی این است که یک نقشه تشخیص تغییر به طور مستقیم از دو تصویر با شبکه عصبی مصنوعی آموزش دیده تهیه شود. این روش می‌تواند فرآیند ایجاد یک تصویر تفاضل را نشان دهد که تفاوت‌های بین تصاویر چند زمانه رادار SAR را نشان می‌دهد. بنابراین، می‌تواند تأثیر تفاضل را بر نتایج تشخیص تغییر دهد. الگوریتم یادگیری برای معماری عمیق شامل یادگیری بدون نظارت و ویژگی و با نظارت بر تنظیم دقیق برای طبقه‌بندی کامل می‌باشد. یادگیری ویژگی‌های بدون نظارت هدف یادگیری بازنمایی روابط بین دو تصویر است. علاوه بر این، تنظیم دقیق نظارت شده، یادگیری مفاهیم پیکسل‌های تغییر یافته و بدون تغییر است. آزمایش‌ها بر روی مجموعه داده‌های واقعی و تجزیه و تحلیل

محققان دسته‌بندی‌های گوناگون و مختلفی را برای آشکارسازی تغییرات ارائه نموده‌اند. هال و هی (Hall and Hay, 2003)، انواع روش‌های آشکارسازی تغییرات موجود را در سه سطح پیکسل، ویژگی و شیء طبقه‌بندی نمودند (جدول ۱).

جدول ۱- انواع روش‌های آشکارسازی تغییرات موجود در سه سطح پیکسل، ویژگی و شیء (Hall and Hay, 2003).  
Table 1. Available different change detection approaches in three levels of pixel, feature and object (Hall and Hay, 2003).

	روش‌ها
پیکسل (Pixel)	تفاضل تصویر (Image Differencing)
	نسبت باندی (Image Rationing)
	رگرسیون تصویر (Image Regression)
	آنالیز بردار تغییرات (Change Vector Analysis)
	End member Analysis
ویژگی (Feature)	یافت محلی (Local Texture)
	تحلیل مؤلفه‌های اصلی (Principal Components Analysis)
	آنالیز شکل (Shape Analysis)
	تفاضل اندکس پوشش گیاهی (Vegetation Index Differencing)
	موجک (Wavelet)
شیء (Object)	هوش مصنوعی (Artificial Intelligence)
	شبکه عصبی مصنوعی (Artificial Neural Network)
	کلاسه‌بندی مستقیم چند زمانه (Direct Multidate Classification)
	سیستم‌های خبره (Expert system)
	مقایسه پس از طبقه‌بندی (Post-classification Comparison)
	مقایسه پس از طبقه‌بندی فازی (Fuzzy Post-classification Comparison)

کاربرد خود را در زمینه‌ی پردازش تصویر به عنوان روشی نو پیدا کرده است (Ozaktas et al., 1996). در تحقیق حاضر به دنبال آشکارسازی تغییرات پوشش زمین‌شناسی منطقه مورد مطالعه با استفاده از روش فوریه کسری بوده و مهم‌ترین چالش این تحقیق اثبات این موضوع است که از بین تصاویر ماهواره سنتینل ۲ کدامیک از باندهای انعکاسی بر روی نواحی بدون پوشش گیاهی (در اینجا پوشش سنگی) بهتر عمل می‌کند. فرضیه این است که باند مادون قرمز (باند ۸) این سنجنده در بین باندهای

در این روش‌ها می‌توان از ورودهای ثانویه مثل اندیس‌های مختلف گیاهی و غیر گیاهی، یافت تصویر، ادغام تصاویر، تصاویر بدست آمده بعد از اعمال فیلترها در دامنه‌های مکانی و فرکانسی نیز بهره جست. در این میان، تبدیل فوریه کسری تعمیمی از تبدیل فوریه ساده است. تبدیل فوریه کسری توسط نامیاس (Namias, 1980) معرفی شده است. تبدیل فوریه کسری در تجزیه و تحلیل سیگنال‌های متغیر در زمان، در یک دوره بسیار کوتاه مدت محبوبیت زیادی به دست آورده است (Mendlovic and Ozaktas, 1993) و تبدیل فوریه کسری گسسته

دیگر به دلیل نزدیک‌تر بودن به باندهای موج کوتاه بهتر عمل خواهد کرد.

### مواد و روش‌ها

تصاویر مورد استفاده جهت آزمون صحت کارایی نرم افزار توسعه داده شده و داده‌های ماهواره به شرح زیر است:

جهت آزمون صحت کارایی نرم افزار توسعه داده شده، مجموعه‌ای از تصاویر معمولی (شکل ۱) که با دوربین دیجیتال از یک صحنه شامل میوه‌های متنوع گرفته شده و در شکل ۲، سه نوع تغییر اعمال شده است؛ یکی تغییر از نظر وجود یا عدم وجود برخی میوه‌ها و دوم جابه‌جایی برخی میوه‌ها و سوم زاویه‌ی دید تصویربردار که به مقدار یک میلی‌متر جابه‌جایی دارد. این جابه‌جایی برای بررسی تغییرات حاصل از تغییر زاویه تابش نور اعمال می‌شود (شکل 1, 2). این تصاویر در سایز ۳۸۴ در ۵۱۲ تهیه شده و عمق هر پیکسل ۸ بیت می‌باشد. در صورتی که الگوریتم بتواند تمام تغییرات از پیش طراحی شده را نشان دهد،

بدرستی عملیات مورد نظر را انجام داده و می‌توان از آن برای مقاصد دیگر مثل آشکارسازی تغییرات در تصاویر ماهواره‌ای بهره جست. بعد از آزمون کارایی نرم افزار توسعه داده شده، دو نوع داده ماهواره‌ای مورد استفاده قرار گرفت. نوع اول تصاویر ماهواره‌ای که تغییرات در آن‌ها از نظر مقدار و مکان کاملاً مشخص است (شکل ۳ و ۴) و مربوط به تغییرات حجم آب رودخانه و یا به نوعی تغییر کاربری است. این مجموعه تصاویر نیز صحت عملکرد الگوریتم را بر روی تصاویر ماهواره‌ای بررسی می‌کند و نهایتاً تصاویر ماهواره‌ای که تغییرات آن‌ها از نظر وسعت تغییر تا حدی نامشخص است. این تصاویر مربوط به ماهواره سنتینل ۲ است که در دو ماه شهریور و مهر سال ۱۳۹۶ از منطقه‌ای در اطراف کرج برداشت شده است (شکل ۵ تا ۱۲). در این مجموعه چهار باند ۲، ۳، ۴، و ۸ به ترتیب باندهای آبی، سبز، قرمز و مادون قرمز مورد بررسی قرار می‌گیرد. توان تفکیک مکانی در آن-ها ۱۰ متر بوده و توان تفکیک رادیومتریکی آن‌ها ۱۶ بیتی است.



شکل ۲- تصویر آزمون زمان دوم

Fig. 2. Test image of time 2



شکل ۱- تصویر آزمون زمان اول.

Fig. 1. Test image of time 1



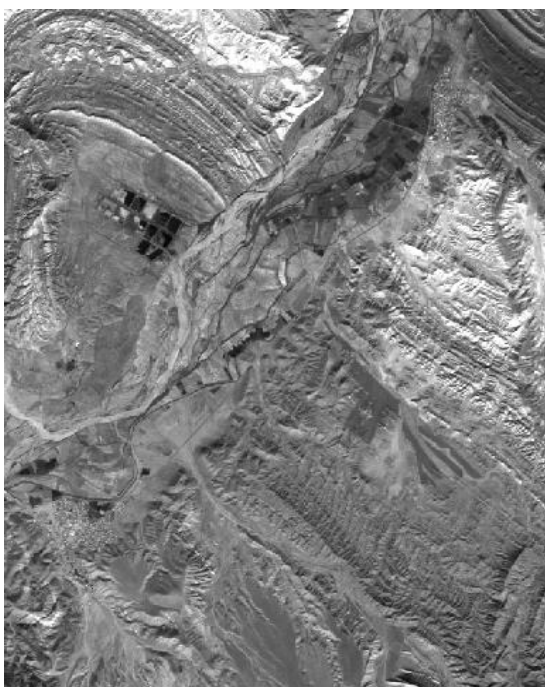
شکل ۴- باند ۱ تصویر زمان دوم

Fig. 4. Band 1 date 2 image



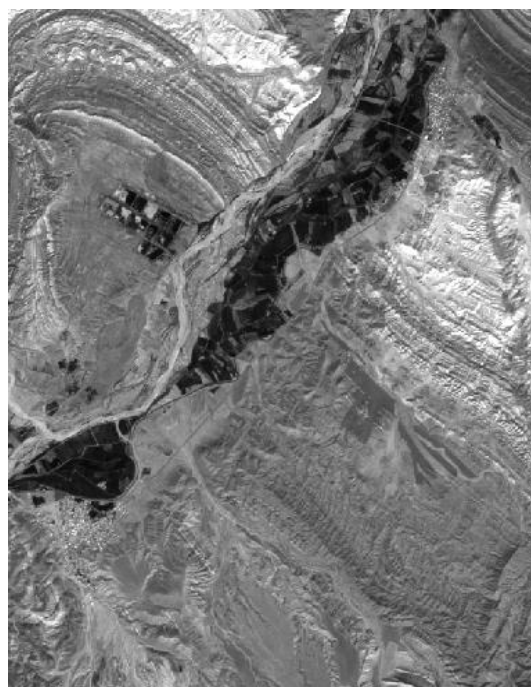
شکل ۳- باند ۱ تصویر زمان اول

Fig. 3. Band 1 date 1 image.



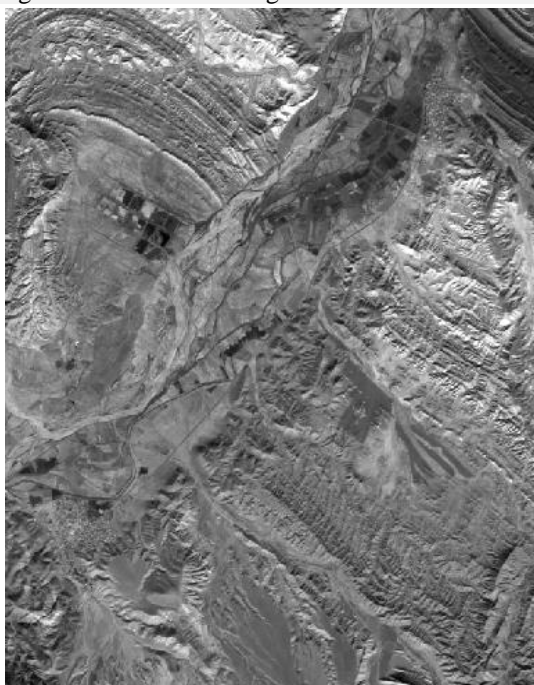
شکل ۶- تصویر زمان دوم باند ۲

Fig. 6. Band 2 date 2 image.



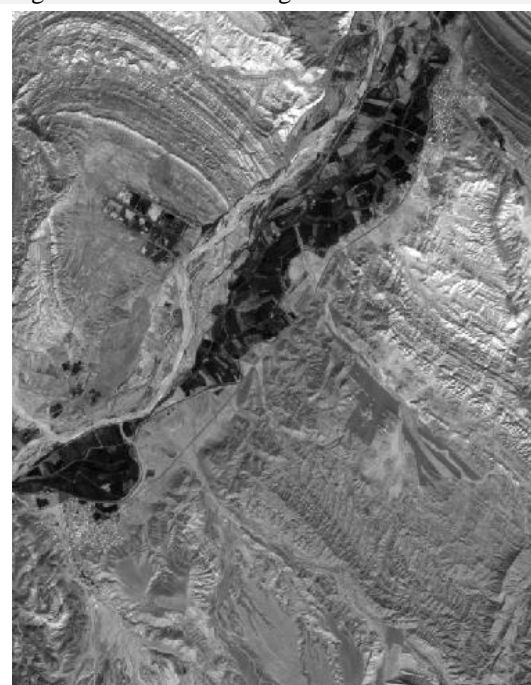
شکل ۵- تصویر زمان اول باند ۲

Fig. 5. Band 2 date 1 image



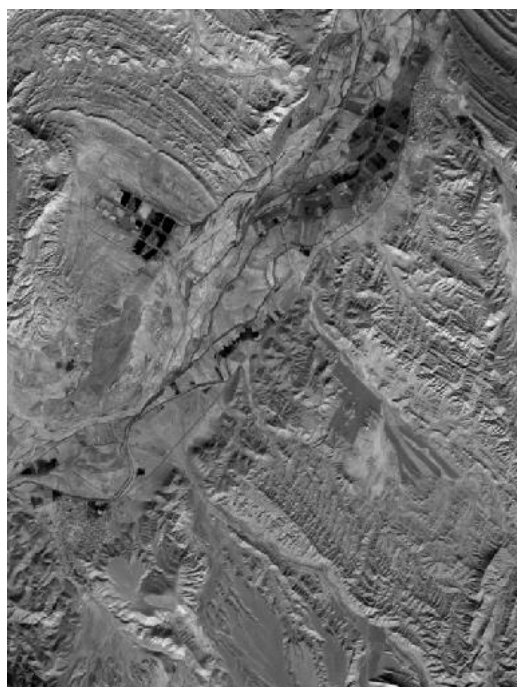
شکل ۸- تصویر زمان دوم باند ۳

Fig. 8. Band 3 date 2 image.



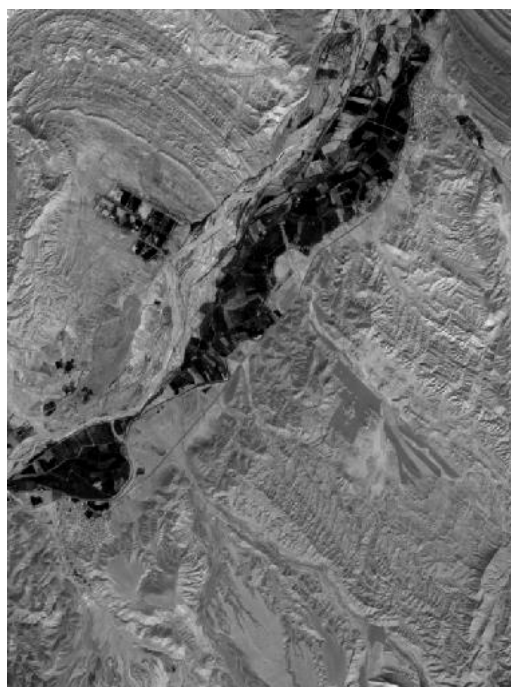
شکل ۷- تصویر زمان اول باند ۳

Fig. 7. Band 3 date 1 image



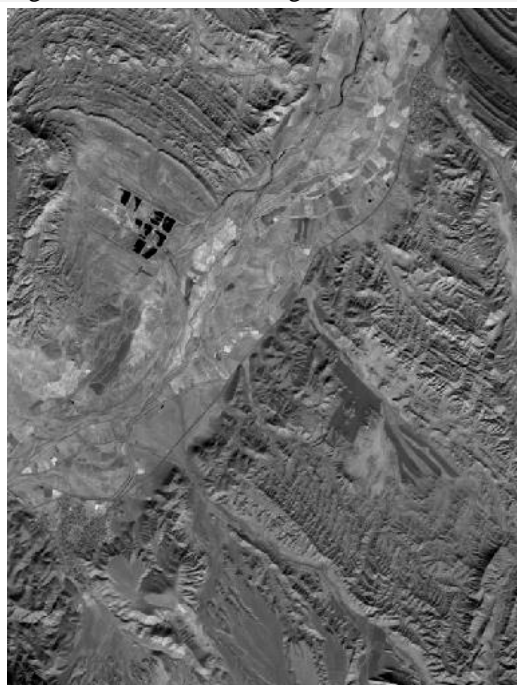
شکل ۱۰- تصویر زمان دوم باند ۴

Fig. 10. Band 4 date 2 image



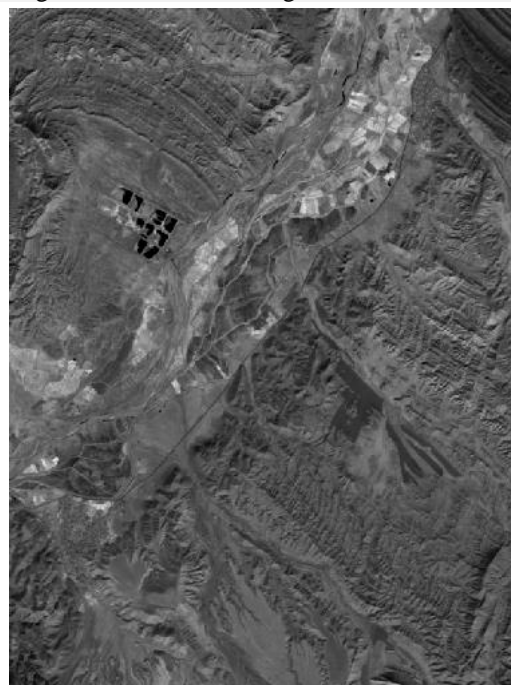
شکل ۹- تصویر زمان اول باند ۴

Fig. 9. Band 4 date 1 image



شکل ۱۲- تصویر زمان دوم باند ۸

Fig. 12. Band 8 date 2 image



شکل ۱۱- تصویر زمان اول باند ۸

Fig. 11. Band 8 date 1 image

$a > 0$  مقدار توان تبدیل فوریه است (Pao-Yen Lin, 1999). تبدیل فوریه کسری به عنوان یک انتگرال خطی تبدیل با کرنل  $J_a(u, u')$  به این صورت تعریف شده است (Ozaktas, 1996):

$$f_a(u) = F^a[g(u)] = \int J_a(u, u')g(u')du' \quad (1)$$

که در آن  $F^a$ ،  $a$  - امین مرتبه عملگر کسری و  $f_a(u)$ ،  $a$  - امین مرتبه تبدیل است.

توجه کنید که کرنل  $J_a(u, u')$  نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J_a(u, u') = \sqrt{1 - i \cot \phi} e^{i\pi[\cot(\phi u^2) - 2 \csc(\phi u u') + \cot(\phi u'^2)]}, \quad \phi = \frac{a\pi}{2} \quad (2)$$

تبدیل فوریه کسری دارای تعداد زیادی تعریف در حوزه‌ی گسسته است اما هیچ کدام تمام خصوصیات تبدیل فوریه کسری را برآورده نمی‌کند. به همین دلیل، برای محاسبه مدل گسسته یک تبدیل کسری گسسته جستجوهای زیادی انجام شده است. خیلی از محققان سعی در معرفی کردن این تبدیل انتگرال خطی کردند. اما بهترین روش توسط کندان و همکاران (Candan et al., 2000) مطرح شد. در این روش از مفهوم بردارهای ویژه استفاده شده است. بردارهای ویژه یک ویرایش گسسته از توابع گاوس - هرمیتی هستند. این تعریف همه خاصیت‌های اساسی از قبیل یکانی بودن، توان جمعی، کاهش به تبدیل فوریه گسسته وقتی که مرتبه برابر با یک است و تقریب تبدیل فوریه کسری پیوسته را برآورده می‌سازد. اگر  $F^a$  نمایش ماتریس  $M \times M$ ، تبدیل

## شرح مبانی نظری تبدیل فوریه کسری و گسسته

### تبدیل فوریه کسری

تبدیل فوریه کسری تعمیمی از تبدیل فوریه معمولی با پارامتر قابل تنظیم "a" است. مرتبه  $a$ -ام عملگر تبدیل فوریه کسری، توان  $a$ -ام از عملگر تبدیل فوریه معمولی به صورت ریاضیاتی است. تبدیل فوریه کسری با پارامتر  $a=1$  همان تبدیل فوریه معمولی است و مرتبه صفرام تبدیل خود تابع است. مقدار

چهار مرحله برای محاسبه تبدیل فوریه کسری سیگنال  $u$  موجود است:

- ضرب کردن تابع با یک چرپ،
- بدست آوردن تبدیل فوریه آن،
- دوباره ضرب کردن با یک چرپ،
- و در نهایت ضرب کردن با یک فاکتور زاویه نوسان.

### تبدیل فوریه کسری گسسته

یک ویرایش گسسته از یک تبدیل، معادل با ویرایش پیوسته آن تبدیل می‌باشد. در سال‌های اخیر، تبدیل فوریه کسری گسسته به عنوان یک ابزار برای محاسبه سیگنال‌ها اهمیت بسیار زیادی بدست آورده است. به دلیل پیچیدگی محاسباتی تبدیل فوریه کسری نیاز به استفاده از رایانه و در نتیجه به نسخه گسسته از تبدیل فوریه کسری است. در مقایسه با تبدیل فوریه کسری که دارای یک تعریف پایه است و برای محاسبه سریع آن الگوریتم‌های زیادی وجود دارد،

ویژه، ماتریس تبدیل فوریه کسری گسسته را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$F^a = \begin{cases} \sum_{k=0, k \neq M-1}^M u_k e^{-j\frac{\pi k a}{2}} u_k^T, & \text{اگر } M \text{ زوج باشد} \\ \sum_{k=0, k \neq M}^N u_k e^{-j\frac{\pi k a}{2}} u_k^T, & \text{اگر } M \text{ فرد باشد} \end{cases} \quad (7)$$

که در آن  $u_k$  نمایش بردارهای ویژه ماتریس  $D$  با  $k$  صفر نقطه تقاطع است. ترکیب اساسی تبدیل فوریه کسری گسسته از مرتبه‌های کسری آن است. تبدیل فوریه کسری گسسته یک بعد بسیار مهم برای محاسبه سیگنال‌های یک بعدی از قبیل شکل موج‌های گفتاری است. برای پیدا کردن تبدیل فوریه کسری گسسته دو بعدی ابتدا تبدیل فوریه کسری گسسته یک بعدی را برای هر سطر و سپس برای هر ستون ماتریس داده شده محاسبه می‌کنند. تبدیل فوریه کسری گسسته دو بعدی بسیار مهم برای آنالیز سیگنال‌های دو بعدی از قبیل تصاویر هستند. در تبدیل فوریه کسری گسسته دو بعدی دو زاویه چرخش  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  و  $\beta = \frac{\pi}{2}$  مورد مطالعه قرار می‌گیرند. کرنل (هسته) تبدیل دو بعدی به کرنل تبدیل یک بعدی کاهش پیدا می‌کند، اگر هر یک از این زوایا صفر باشد. تبدیل فوریه کسری گسسته با مرتبه قابل تغییر صفر یا یک، در محاسبه ردیابی تغییر تصویر برای تمییز تصاویر از یکدیگر برای ویرایش تصاویر متفاوت به کار برده می‌شود.

حال فرض کنید که  $p_k[n]$  یک مجموعه بردار ویژه متعامد دلخواه از فضای  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  متناظر با ماتریس تبدیل فوریه گسسته و  $\lambda_k$  مقادیر ویژه مرتبط با آن در فضای گسسته باشد. لذا می‌توان نوشت:

فوریه کسری گسسته باشد، این تعریف به صورت زیر بیان می‌شود (Pao-Yen Lin, 1999):

$$F^a = \sum_{p=0}^3 e^{j\frac{3\pi}{4}(p-a)} \frac{\sin \pi(p-a)}{4 \sin \frac{\pi}{4}(p-a)} F^p \quad (3)$$

که در آن  $F^p$ ،  $p$ -امین توان صحیح ماتریس تبدیل فوریه گسسته است. حال مهم‌ترین کار پیدا کردن یک بردار ویژه از ماتریس تبدیل فوریه گسسته است که بتوان ویرایش گسسته توابع گاوس - هرمیتی را بوسیله آن فراهم کرد. معادله دیفرانسیل مولد گاوس - هرمیتی عبارت است از:

$$\frac{d^2 g(t)}{dt^2} - 4\pi t^2 g(t) = \lambda g(t) \quad (4)$$

توجه کنید که وقتی  $m \rightarrow 0$ ، معادله دیفرانسیل به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$\frac{g(u+m) - 2g(u) + g(u-m)}{m^2} + (2(\cos \lfloor (2\pi m u) - 1 \rfloor) / m^2) g(u) = \lambda g(u) \quad (5)$$

وقتی که  $m = \frac{1}{\sqrt{M}}$ ، شرایط مرزی از معادله دیفرانسیل (5)، به دست می‌آید. بنابراین جواب‌های معادله دیفرانسیل متناوب که می‌توان آن‌ها را به عنوان بردارهای ویژه در ماتریس زیر که آن را با  $D$  نمایش می‌دهیم، نشان داد:

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 2 \cos(\frac{2\pi}{M}) & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cos(\frac{2\pi}{M}) & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & 1 & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 2 \cos(\frac{2\pi}{M}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

بنابراین معادله دیفرانسیل را می‌توان به صورت  $Dg = \lambda g$  نوشت. همچنین می‌توان نشان داد که  $D$  توسط ماتریس تبدیل فوریه گسسته نیز محاسبه می‌شود. بعد از به دست آوردن مجموعه بردارهای



هم‌ارز توسط انتخاب مجموعه تابع ویژه از تبدیل فوریه اثبات می‌شود. دومین ابهام با گرفتن توان کسری از مقادیر ویژه که دارای یک مقدار نمی‌شود به دست می‌آید. می‌دانیم که تبدیل فوریه گسسته  $-N$  نقطه‌ای به صورت زوج زیر است.

$$X(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-i2\pi \frac{nk}{N}},$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (9)$$

$$x(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{i2\pi \frac{nk}{N}},$$

$$n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (10)$$

که در آن  $\frac{1}{\sqrt{N}}$  فاکتور نرمال‌ساز است. توجه کنید که تبدیل فوریه فوق را به صورت ماتریس زیر می‌توان نشان داد:

$$F_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & \cdots & 1 \\ 1 & e^{-i\frac{2\pi}{N}} & e^{-i\frac{2\pi}{N}2} & \cdots & \cdots & e^{-i\frac{2\pi}{N}(N-1)} \\ 1 & e^{-i\frac{2\pi}{N}2} & e^{-i\frac{2\pi}{N}4} & \cdots & \cdots & e^{-i\frac{2\pi}{N}2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ 1 & e^{-i\frac{2\pi}{N}(N-1)} & e^{-i\frac{2\pi}{N}(N-1)2} & \cdots & \cdots & e^{-i\frac{2\pi}{N}(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

که  $D$  ماتریس قطری شامل مقادیر ویژه  $F_N$  و  $U$  ماتریس متعامد است. واضح است که  $F_N$  ماتریس متقارن است. با توجه به قضیه ماتریس‌ها، می‌دانیم که یک ماتریس متقارن همیشه به طور متعامد قطری است. لذا می‌توان تبدیل کسری از  $F_N$  را به صورت زیر (رابطه ۱۳) نوشت:

$$F_N^\alpha = U D^\alpha U^T \quad (13)$$

$$F^\alpha[m, n] = \sum_{k=0}^{N-1} p_k[m] (\lambda_k)^\alpha p_k[n] \quad (8)$$

که  $F^\alpha$  یک تعریف از ماتریس تبدیل فوریه کسری گسسته تشکیل می‌دهد. این ماتریس تبدیل یکه است. زیرا مقادیر ویژه  $\lambda_k = e^{-i\pi k/2}$  از ماتریس تبدیل فوریه گسسته دارای مقدار یک است. قبل از ادامه بحث، بایستی توجه کرد که دو نکته مبهم در مورد رابطه (8)، وجود دارد. ابتدا بایستی ساختار تبدیل فوریه گسسته که دارای فقط چهار مقدار ویژه متمایز  $\lambda_k = e^{-i\pi k/2} = \{1, -1, i, -i\}$  است، مورد بررسی قرار گیرد. مقادیر ویژه به طور کلی دیجنریت<sup>۱</sup> هستند. بنابراین مجموعه بردار ویژه منحصر به فرد نیست. در حالت پیوسته، این ابهام توسط انتخاب توابع گاوس - هرmitesی به عنوان توابع ویژه یا به طور

با توجه به تعریف فوق از تبدیل فوریه گسسته داریم:

$$X_F = F_N X \quad (1-12)$$

که  $X$  و  $X_F$  هر دو بردارهای  $N \times 1$  ستونی و  $F_N$  زوج‌های تبدیل فوریه گسسته  $-N$  نقطه‌ای هستند. اگر  $F_N$  قطری باشد، آنگاه  $F_N$  را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$F_N = U D U^T \quad (2-12)$$

<sup>۱</sup> -Degenerate

می‌دانیم مقادیر ویژه این تبدیل  $\{1, -1, i, -i\}$  است. لذا می‌توان نوشت:

$$[U_1 \ U_2 \ U_3 \ U_4] \begin{bmatrix} (I_1)^\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-I_2)^\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (-I_3)^\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (iI_4)^\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1^T \\ U_2^T \\ U_3^T \\ U_4^T \end{bmatrix} \quad (14)$$

آشکارسازی تغییرات با استفاده از تبدیل فوریه

#### کسری بهینه

برای آشکارسازی تغییرات تصاویر ماهواره‌ای بر طبق این روش، گام‌های زیر به ترتیب طی می‌شود:

#### گام اول - مطالعات مقدماتی: اطلاعات لازم

جهت طراحی و اجرای الگوریتم طی مطالعات انجام شده جمع‌آوری شده و الگوریتم حاضر در نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی شده است.

#### گام دوم - اخذ تصاویر ماهواره‌ای: تصاویر

ماهواره‌ای که از یک منطقه برداشت شده و در دو تاریخ برداشت تغییراتی داشته است، تهیه شد.

#### گام سوم - پیش‌پردازش تصاویر ماهواره‌ای:

در این مرحله، پیش‌پردازش‌های لازم بر روی تصاویر ماهواره‌ای انجام می‌گیرد. مهم‌ترین و مؤثرترین این پیش‌پردازش‌ها، تصحیحات رادیومتری است که در روند کار و نتیجه‌ی آن تأثیر دارد. بدلیل اینکه داده‌ها دارای سطح یک از این تصحیحات هستند (به این معنا که تصحیحات لازم در زمینه‌های هندسی و

که در آن  $\alpha$  مرتبه تبدیل فوریه کسری گسسته و

$U_i$ ها به صورت زیر داده می‌شوند:

$U_1$  توسط بردارهای ویژه  $v$  از ماتریس  $Fv = v$

بدست می‌آید.

$U_2$  توسط بردارهای ویژه  $v$  از ماتریس  $Fv = -v$

بدست می‌آید.

$U_3$  توسط بردارهای ویژه  $v$  از ماتریس  $Fv = -iv$

بدست می‌آید.

$U_4$  توسط بردارهای ویژه  $v$  از ماتریس  $Fv = iv$

بدست می‌آید (Pao-Yen Lin, 1999).

برای پردازش سیگنال‌های گسسته لازم است که اندازه‌ی بلوک پردازش مشخص گردد چراکه با توجه به سرعت پردازش‌گر و نیاز به حافظه، هزینه‌ی بسیار محسوسی دارد که باید به دقت مورد ارزیابی قرار گیرد تا تعادل بین کارایی پردازش سیگنال و کارایی محاسباتی حفظ گردد. یک روش سریع‌تر و بهتر برای محاسبات تبدیل فوریه گسسته، تبدیل فوریه سریع<sup>۲</sup> است (Sinha, 2010).

<sup>2</sup> -Fast Fourier Transform(FFT)

مقدار بهینه مشخص شود. در آخر صحت تصویر نهایی از نظر آشکارسازی تغییرات، علاوه بر ارزیابی بصری، با میزان همبستگی با تصویر تفاضل حاصل از دو تصویر ورودی در همان باند سنجیده می‌شود.

**گام هفتم - کوانتیزه کردن:** پس از اعمال تبدیل، ماتریس حاصل تحت کوانتیزه کردن قرار گرفته تا فقط ضرایب مناسب حفظ شود و بقیه به صفر تبدیل گردد.

**گام هشتم - بازگشت تبدیل:** برای بازیابی تصویر تغییر، بازگشت تبدیل فوریه کسری با ضریب کسری منفی یعنی  $-a$  بر روی ضرایب باقیمانده از مرحله قبل اعمال می‌شود.

**گام نهم - مشخص کردن مناطق تغییر:** با توجه به نتیجه حاصل از تبدیل فوریه کسری بر روی تصویر به دست آمده، مناطق تغییر کادربندی شده و بر روی تصاویر اولیه اعمال می‌شود. به این ترتیب بر روی تصاویر اولیه مناطق تغییر یافته مشخص می‌گردد.

**گام دهم - صحت سنجی نتایج:** در صورتی که نتیجه آشکارسازی با تفسیر تصویر حاصل مناسب بود، نتیجه ثبت می‌شود و در غیر این صورت، با مقدار عددی دیگری از پارامتر  $a$  دوباره الگوریتم اجرا می‌شود. چنانچه مفسر نتواند از بین چند نتیجه بهترین را انتخاب کند، با استفاده از میزان همبستگی تصویر نهایی و تصویر تفاضل، بهترین نتیجه انتخاب می‌شود (شکل ۱۳).

رادئومتریک بر روی آن‌ها انجام شده است) لذا نیازی به انجام این تصحیحات نبوده و تنها اعداد بازتاب (DNs) با استفاده از ضرایب GAIN و OFFSET به بازتاب تبدیل شدند.

**گام چهارم - بهنجار سازی شدت بازتاب:** در این مرحله تصویر دوم نسبت به تصویر اول از نظر شدن روشنایی نرمال می‌شود. این نرمال‌سازی طبق رابطه زیر انجام می‌شود:

$$\hat{I}_2(x, y) = \sigma_1/\sigma_2 (I_2(x, y) - \mu_2) + \mu_1 \quad (15)$$

در رابطه ۱۵،  $\hat{I}_2$  و  $I_2$  به ترتیب بازتاب بهنجار شده و اولیه باند ۲،  $\sigma_1/\sigma_2$  نسبت انحراف معیار اعداد بازتاب در باندهای ۱ و ۲،  $\mu_1$  و  $\mu_2$  میانگین اعداد بازتاب در دو باند می‌باشند.

**گام پنجم - تفاضل:** در اینجا دو تصویر ورودی که از یک منطقه و در فاصله‌ی یک بازه زمانی تهیه شده‌اند از هم کسر می‌گردند. نتیجه‌ی این تفاضل تصویر خامی است که مکان تغییرات را مشخص می‌کند.

**گام ششم - تبدیل:** در این مرحله تصویر حاصل از مرحله قبل به عنوان ورودی تحت تبدیل فوریه کسری قرار می‌گیرد. از آن جایی که ضریب کسری  $a$  یک ضریب تغییرپذیر است باید مقدار این پارامتر مشخص شود.

در هر یک از این تصاویر، مقدار بهینه‌ی ضریب کسری  $a$  با تغییر مداوم، مقدار سنجی شده و برای بررسی‌های نهایی ثبت می‌گردد. بنابراین لازم است که در هر مرحله کار با یک جفت تصویر، الگوریتم بارها با مقادیر مختلف ضریب کسری  $a$  اجرا گردد تا



Fig. 13. Research flowchart

شکل ۱۳- روندنمای پژوهش

شده است. هدف این پژوهش بررسی تأثیر روش فوریه کسری بهینه بر صحت و کامل بودن آشکارسازی تغییرات و مقدار سنجی مرتبه‌ی بهینه‌ی آن می‌باشد. در گام اول، این تأثیر از طریق بررسی نتایج حاصل از نظر صحت و کامل بودن آشکارسازی تغییرات از پیش

### یافته‌های تحقیق

#### نتایج تجربی اعمال الگوریتم بر داده‌ها

با انجام شبیه‌سازی، تغییرات برای سه مجموعه متفاوت از تصاویر مشخص می‌شوند. در اینجا تصاویری با سطوح مختلف برای شبیه‌سازی دریافت

تغییرات از پیش طراحی شده را نشان دهد، عملکرد الگوریتم صحیح بوده و می‌توان از آن برای یافتن تغییرات در تصاویر دیگر مانند تصاویر اخذ ماهواره بهره‌برداری کرد.

در مجموعه تصاویر معمولی مورد آزمون، تغییرات حذف، جابجایی عناصر و تغییر در شدت روشنایی، همگی با الگوریتم طراحی شده با مقدار  $a=0.91$ ، تمامی تغییرات بارز گردید (شکل ۱۵).

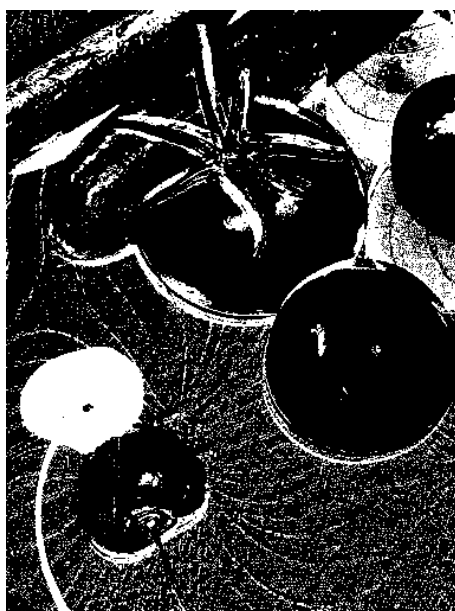
در شکل ۱۴، که تصویر حاصل از تبدیل فوریه کسری است، تمامی قسمت‌های سفید رنگ با ارزش عددی ۲۵۵، تغییرات آشکار شده از تصاویر است و قسمت‌های سیاه رنگ، مناطقی است که الگوریتم طراحی شده آن‌ها را بدون تغییر معرفی می‌کند.

در شکل ۱۵، مناطق تغییر مشخص شده در تصویر تبدیل فوریه کسری بهینه با چهارگوش‌های سبز رنگی بر روی تصاویر اولیه اعمال می‌شود. همان‌طور که مشخص است، تمامی تغییرات بارز شده است. این بارزسازی با چهارگوش‌های سبز رنگ، با انتخاب جداگانه‌ی مناطق تغییر یافته، با توجه به شناسایی پیکسل‌های تغییر یافته صورت می‌گیرد. در پژوهش سینگ و سینگ (Singh and Singh 2013)، شمارش این مناطق برای ارزیابی روش، به عنوان وسیله‌ای برای ارزیابی صحت و دقت معرفی شده است.

تعیین شده انجام می‌گیرد. بدین معنی که در گام اول صحت الگوریتم بر روی تصاویر معمولی با مقدار معلوم تغییرات بررسی می‌گردد. در گام بعدی این الگوریتم بر روی تصاویر ماهواره‌ای با تغییر کاملاً مشخص استفاده می‌شود و در گام آخر بر روی تصاویر ماهواره‌ای با تغییرات نامشخص استفاده می‌شود. نتایج حاصل از اعمال روش بر روی هر یک از مجموعه تصاویر در وهله اول با ارزیابی بصری بررسی می‌شود. برای مجموعه سوم تصاویر، نتایج حاصل بعد از ارزیابی بصری با همبستگی تصویر تبدیل و تصویر تفاضل مورد بررسی قرار می‌گیرد.

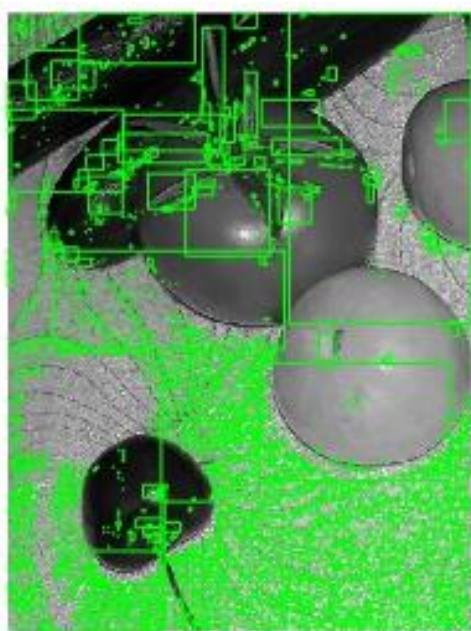
## آزمون صحت عملکرد بر روی مجموعه داده اول

تصاویر معمولی که با دوربین دیجیتال از یک صحنه شامل میوه‌های متنوع گرفته شده و در تصویر دوم سه نوع تغییر اعمال شده است: یکی تغییر از نظر وجود یا عدم وجود برخی میوه‌ها، دوم جابجایی برخی میوه‌ها و سوم زاویه‌ی دید تصویربردار که به مقدار یک میلی‌متر جابجایی دارد. این جابجایی برای بررسی تغییرات حاصل از تغییر زاویه تابش نور اعمال می‌شود (شکل‌های ۱ و ۲). این تصاویر در اندازه ۳۸۴ در ۵۱۲ تهیه شده و دامنه دینامیکی هر پیکسل ۸ بیت می‌باشد. در صورتی که الگوریتم بتواند تمام



شکل ۱۴- تصویر حاصل از اعمال تبدیل فوریه کسری بهینه با مقدار  $a=0.91$

Fig. 14. Image derived from optimum Fourier transform with  $a=0.91$



شکل ۱۵- تصاویر اول و دوم با مناطق تغییر مشخص شده با چهارگوش‌های سبز رنگ.

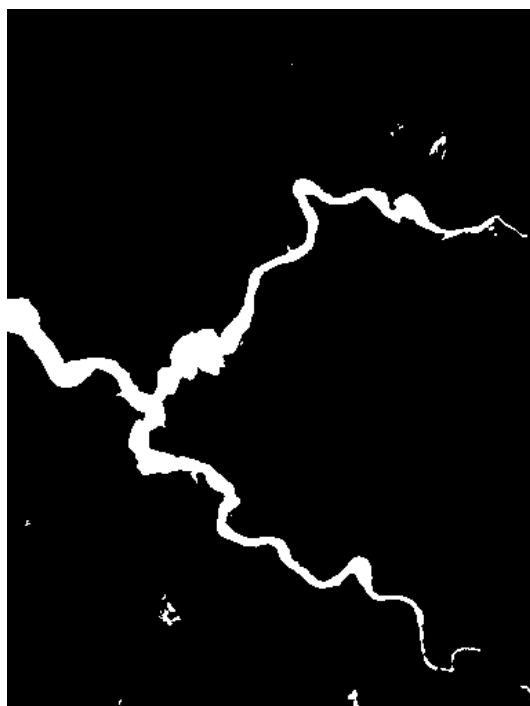
Fig. 15. The first and second Test images with changed area in green rectangles

است. تصاویری که با این ویژگی تهیه شده مربوط به تغییرات حجم آب رودخانه و یا به نوعی تغییر کاربری

**اعمال الگوریتم بر روی تصاویر ماهواره‌ای**  
شکل‌های ۵ و ۶ تصاویر ماهواره‌ای است که تغییرات در آن‌ها از نظر مقدار و مکان کاملاً مشخص

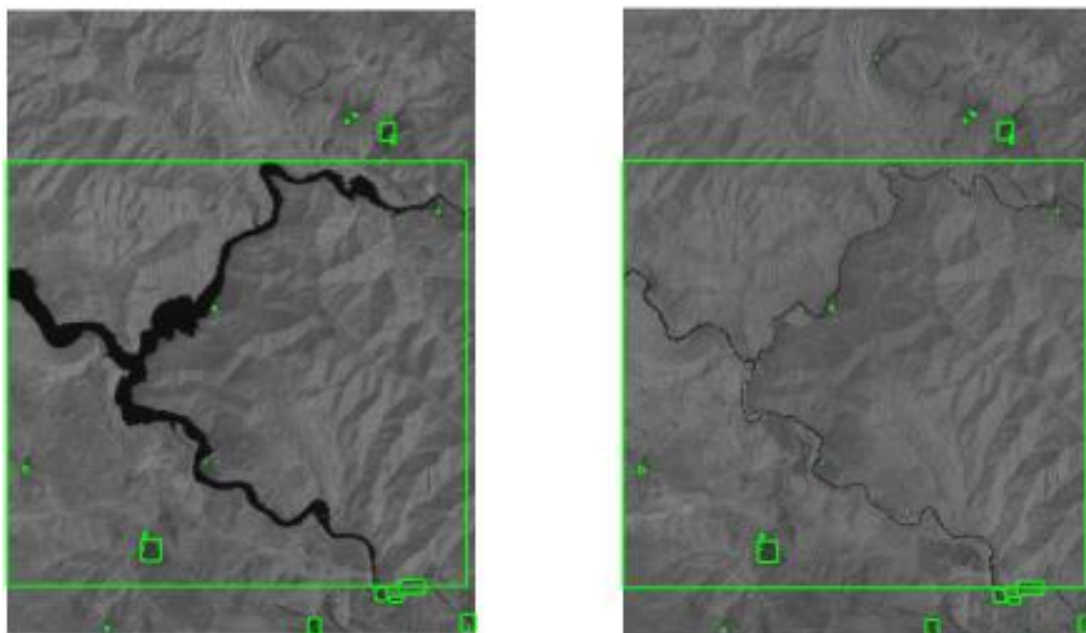
در گروه دوم از این مجموعه که تغییر حجم آب رودخانه مطرح است، این نتیجه به دست آمد که با مقدار  $(a = 0.88)$  تغییر مد نظر مشخص گردید (شکل ۱۶ و ۱۷).

است. این مجموعه تصاویر نیز صحت عملکرد الگوریتم را بر روی تصاویر ماهواره‌ای بررسی می‌کند. در مجموعه دوم که مربوط به باند چهارم است، به دلیل آب‌گیری سد کارون ۳، حجم آب رودخانه افزایش یافته است (شکل‌های ۳ و ۴). این تغییر با الگوریتم طراحی شده بررسی می‌شود.



شکل ۱۶- تصویر حاصل از اعمال تبدیل فوریه کسری بهینه با مقدار  $a=0.88$

Fig. 16. Image derived from optimum Fourier transform with  $a=0.88$ .



شکل ۱۷- تصاویر اول و دوم با مناطق تغییر مشخص شده با چهارگوش‌های سبز رنگ.

Fig. 17. Images of first and second date with changed area in green rectangles.

الکترومغناطیس است که در مطالعات عمق سنجی پیکره‌های آبی، تمایز خاک از گیاهان و درختان برگ ریز از درختان همیشه سبز کاربرد دارد. باند ۳ از سنجنده این ماهواره باند سبز نامیده می‌شود و در مطالعات سلامت گیاهان مورد استفاده قرار می‌گیرد. از باند ۴ یا باند قرمز این سنجنده در تحقیقات موجودی نم در خاک و برگ گیاهان بهره گرفته شده است. باند ۸ این سنجنده باند مادون قرمز است که در تولید اندکس‌های گیاهی و مطالعات مرتبط با بیومس مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در هریک از این تصاویر، مقدار بهینه‌ی ضریب کسری  $a$  با تغییر مداوم، مقدار سنجی شده و برای بررسی‌های نهایی ثبت می‌گردد. بنابراین لازم است که در هر مرحله کار با یک جفت تصویر، الگوریتم بارها با مقادیر مختلف ضریب کسری  $a$  اجرا گردد تا

همان طور که در شکل ۱۷ مشهود است، تغییر حجم آب رودخانه یک تغییر معرفی شده است (مناطق داخل چهارضلعی‌های سبز رنگ).

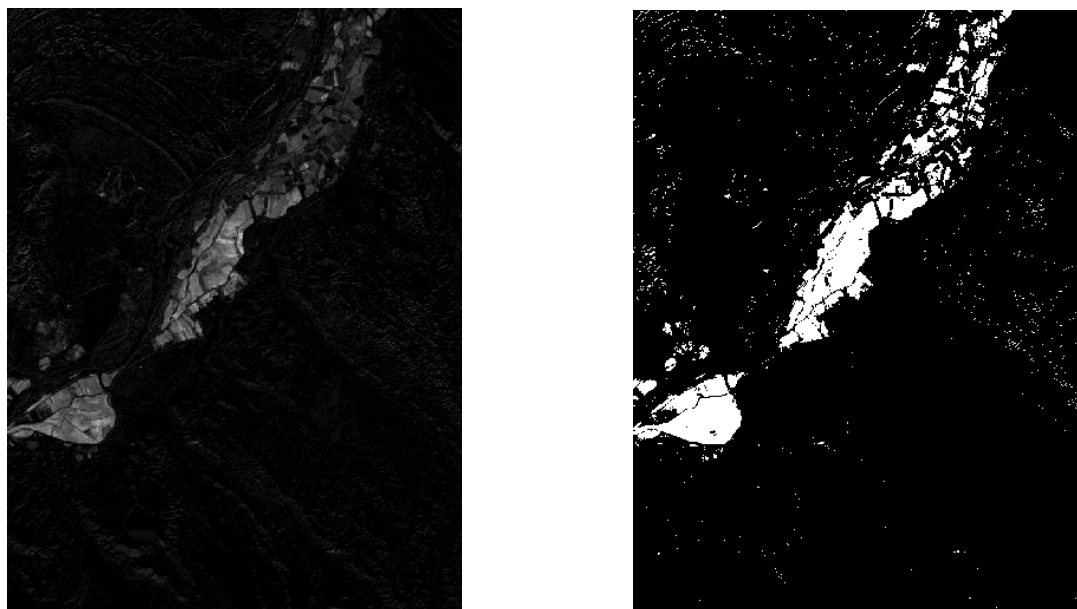
### اعمال الگوریتم بر روی تصاویر سنتینل

تصاویر ماهواره‌ای که تغییرات آن‌ها از نظر وسعت تغییرات تا حدی نامشخص است. این تصاویر مربوط به ماهواره سنتینل است که در دو ماه شهریور و مهر سال ۱۳۹۶ از منطقه‌ای در اطراف کرج برداشت شده است که دارای عوارض متعدد زمین‌شناسی و پوشش گیاهی می‌باشد (شکل ۵ تا ۱۲). در این مجموعه چهار باند ۲، ۳، ۴ و ۸ از داده‌های سنتینل ۲ مورد بررسی قرار می‌گیرد. توان تفکیک مکانی در آن‌ها ۱۰ متر و توان تفکیک رادیومتریکی آن‌ها ۱۶ بیتی است. باند ۲ مرتبط با بازتاب عوارض در محدوده آبی از طیف



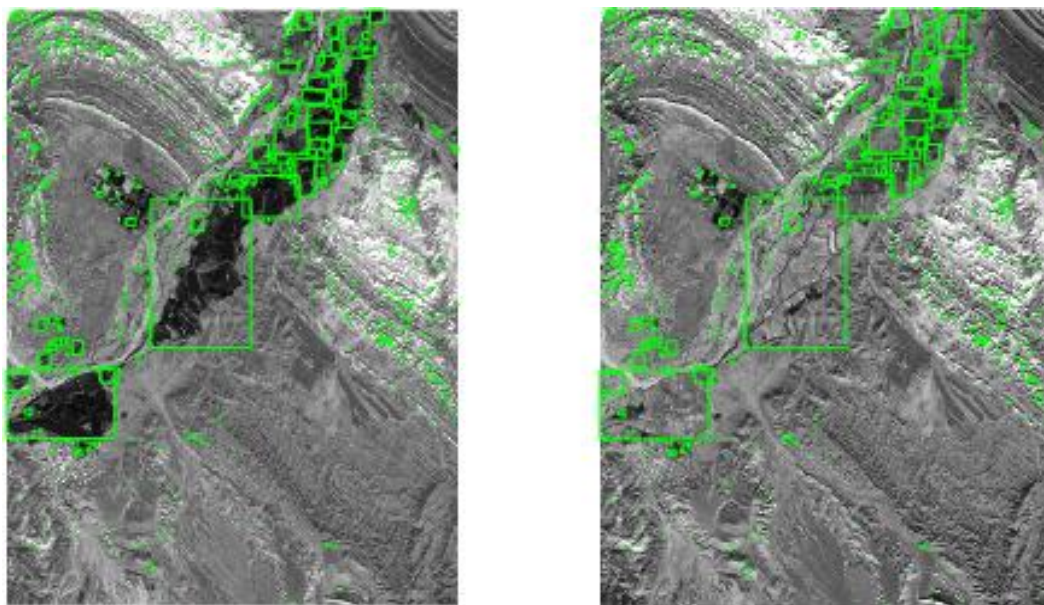
نتایج حاصل از اجرای الگوریتم طراحی شده بر روی تک باند های مد نظر به شرح زیر است:  
در باند دوم، بهترین نتیجه در  $a=0.87$  به دست آمد  
(شکل های ۱۸ و ۱۹)

مقدار بهینه مشخص شود. در آخر صحت تصویر نهایی از نظر آشکارسازی تغییرات، علاوه بر ارزیابی بصری، با میزان همبستگی با تصویر تفاضل حاصل از دو تصویر ورودی در همان باند سنجیده می شود ( جدول ۲).



شکل ۱۸- تصویر سمت راست، حاصل از اعمال تبدیل فوریه کسری بهینه با مقدار  $a=0.87$  بر روی باند ۲ و تصویر سمت چپ، تصویر تفاضل است.

Fig. 18. Image derived from optimum Fourier transform with  $a=0.87$  on band 2 (right) and difference Image (left).

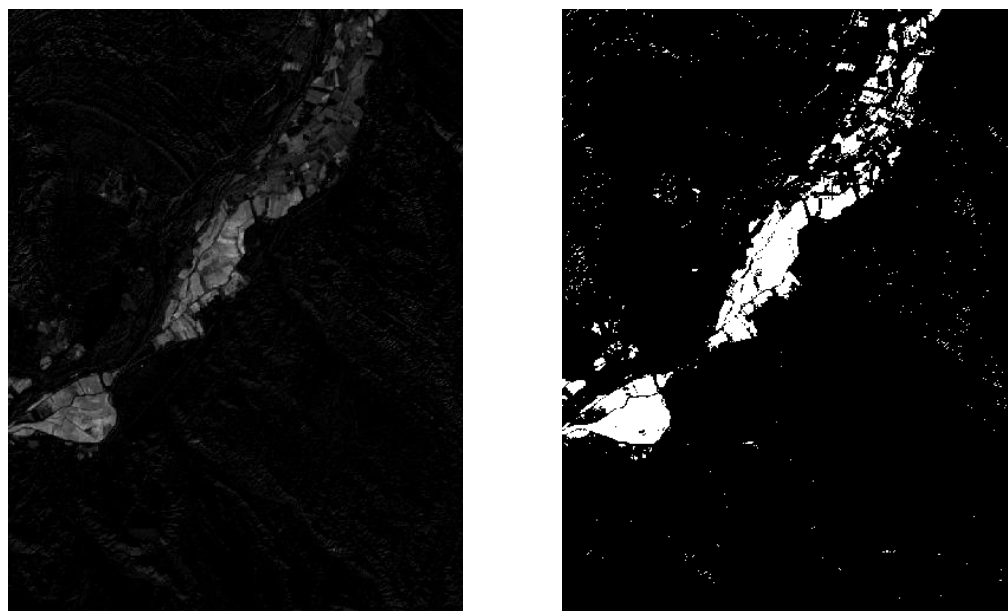


شکل ۱۹- تصاویر تاریخ اول و دوم با مناطق تغییر مشخص شده در باند ۲ با چهارگوش‌های سبز رنگ.

Fig. 19. The first and second date images of band 2 with changed area in green rectangles.

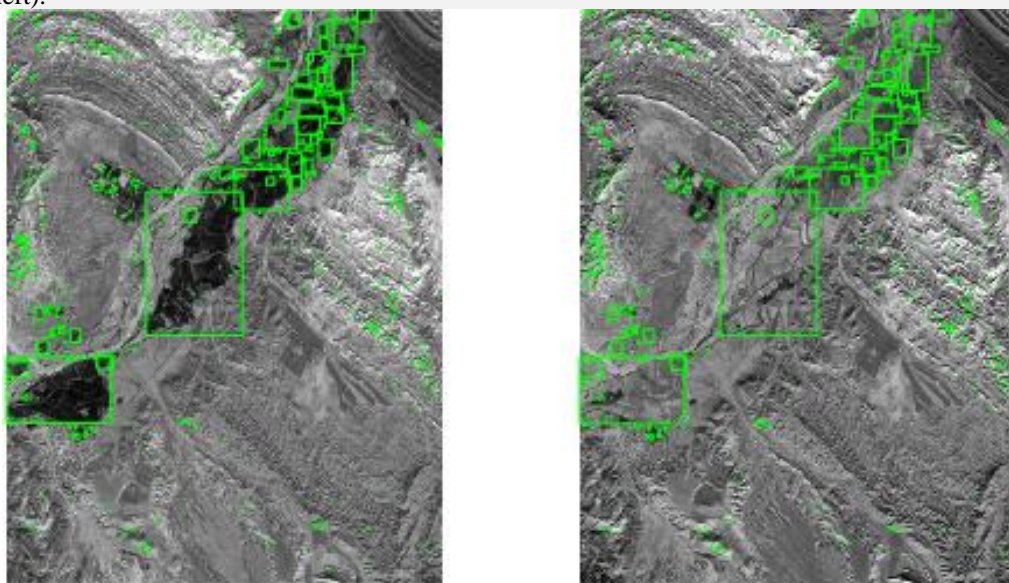
بهینه و تصویر تفاضل در باند ۳ با مقدار  $a=0.87$  برابر با  $۸۵/۶$  درصد است (جدول ۲). میزان همبستگی تصویر تبدیل فوریه کسری بهینه و تصویر تفاضل در باند ۸ با مقدار  $a=0.87$  برابر با  $۶۶/۳$  درصد است (جدول ۲).

میزان همبستگی تصویر تبدیل فوریه کسری بهینه و تصویر تفاضل در باند ۲ ،  $۸۴/۷$  درصد به دست آمد (جدول ۲). در باند سوم، چهارم و باند هشتم نیز همین نتیجه برای مقدار عددی پارامتر  $a$  به دست آمد (شکل ۲۰ تا ۲۵). میزان همبستگی تصویر تبدیل فوریه کسری



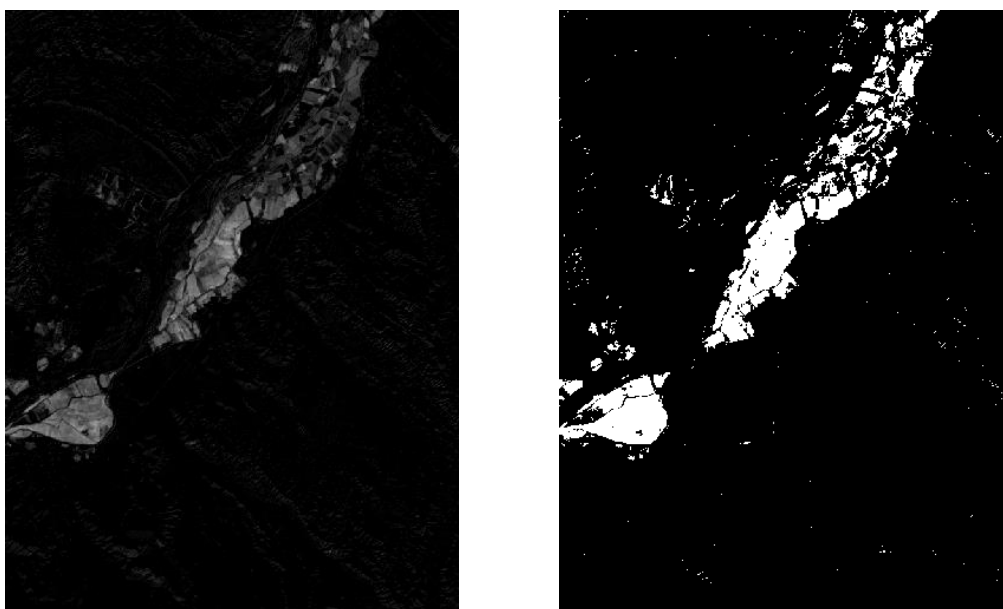
شکل ۲۰- تصویر سمت راست، حاصل از اعمال تبدیل فوریه کسری بهینه با مقدار  $a=0.87$  بر روی باند ۳ و تصویر سمت چپ، تصویر تفاضل است.

Fig. 20. Image derived from optimum Fourier transform with  $a= 0.87$  on band 3 (right) and difference image(left).



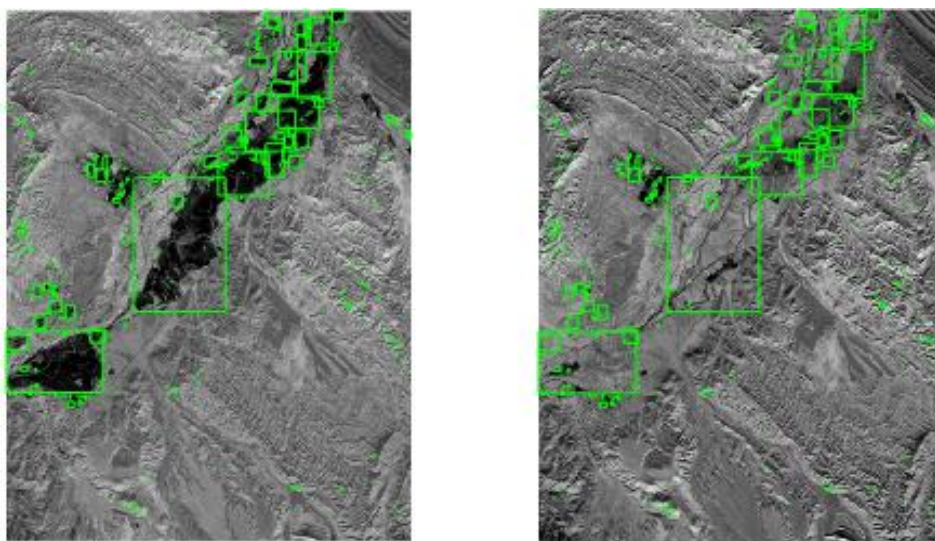
شکل ۲۱- تصاویر تاریخ اول و دوم با مناطق تغییر مشخص شده در باند ۳ با چهار گوش های سبز رنگ.

Fig. 21. The first and second date images of band 3 with changed area in green rectangles.



شکل ۲۲- تصویر سمت راست، حاصل از اعمال تبدیل فوریه کسری بهینه با مقدار  $a=0.87$  بر روی باند ۴ و تصویر سمت چپ، تصویر تفاضل است.

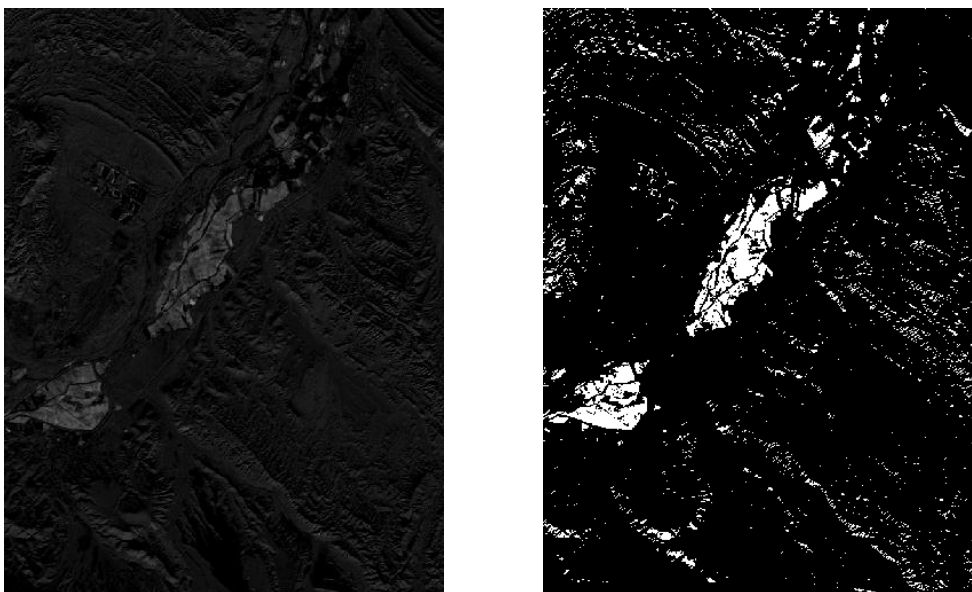
Fig. 22. Image derived from optimum Fourier transform with  $a= 0.87$  on band 4 (right) and difference image(left).



شکل ۲۳- تصاویر تاریخ اول و دوم با مناطق تغییر مشخص شده در باند ۴ با چهارگوش‌های سبز رنگ.

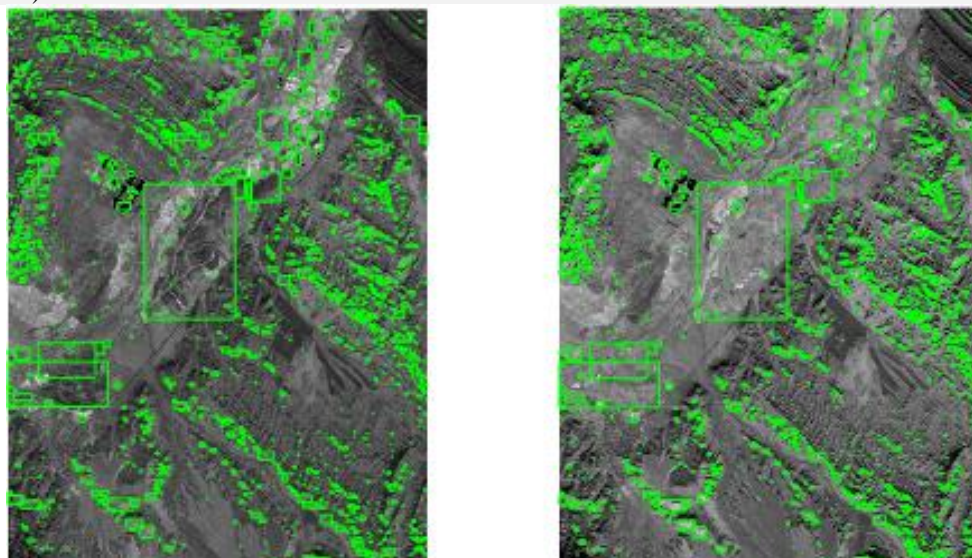
Fig. 23. The first and second date Images of band 4 with changed area in green rectangles.

میزان همبستگی تصویر تبدیل فوریه کسری بهینه و تصویر تفاضل در باند 4 با مقدار  $a=0.87$  برابر با  $88/7$  درصد است (جدول ۲).



شکل ۲۴- تصویر سمت راست، حاصل از اعمال تبدیل فوریه کسری بهینه با مقدار  $a=0.87$  بر روی باند ۸ و تصویر سمت چپ، تصویر تفاضل است.

Fig. 24. Image derived from optimum Fourier transform with  $a= 0.87$  on band 8 (right) and difference Image(left).



شکل ۲۵- تصاویر تاریخ اول و دوم با مناطق تغییر مشخص شده در باند ۸ با چهارگوش‌های سبز رنگ

Fig. 25. The first and second date Images of band 8 with changed area in green rectangles.

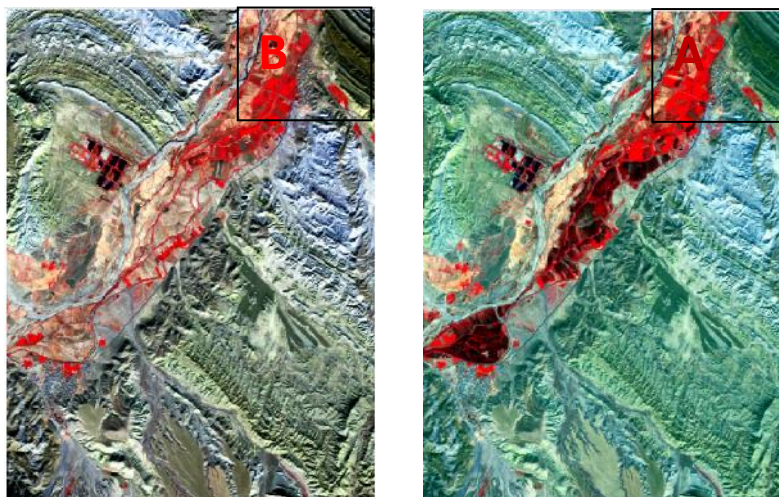
جدول ۲ - میزان همبستگی تصویر تبدیل فوریه کسری بهینه و تصویر تفاضل در باندهای ۲،۳،۴ و ۸ داده‌های تصویر سنتینل ۲  
 Table 2. correlation coefficients between optimum discrete Fourier transform image and difference image in Sentinel 2 band 2,3,4 and 8.

شماره باند	باند ۲	باند ۳	باند ۴	باند ۸
میزان همبستگی	۸۴/۷	۸۵/۶	۸۸/۷	۶۶/۳

## بحث و نتیجه‌گیری

شکل ۲۶ نمایشگر تصویر رنگی داده‌های ماهواره‌ای در تاریخ‌های اول و دوم از منطقه می‌باشد که در آن پوشش گیاهی به رنگ قرمز دیده می‌شود. ساختارهای سنگی در شمال شرق، شمال غرب و جنوب شرق تصویر بخوبی دیده می‌شوند. تصویر تغییرات پوشش گیاهی که از تفاضل بین شاخص پوشش گیاهی پهنجار شده تفاضلی (NDVI) در دو تاریخ بدست آمده در شکل ۲۷ ارائه شده است. تن‌های روشن در شکل ۲۷ نمایشگر میزان بسیار بالای تغییرات در میزان و تراکم پوشش گیاهی منطقه است. تن‌های تیره‌تر نمایشگر عدم تغییر در پوشش گیاهی است و مختص مناطق با پوشش گیاهی فقیر و منطبق با پوشش سنگی منطقه می‌باشد. شکل‌های ۲۸ و ۲۹ نمای نزدیکی از میزان کم پوشش گیاهی در مناطق با رخنمون‌های سنگی در دو تاریخ اول و دوم می‌باشد. با در نظر گرفتن میزان همبستگی نتایج

بدست آمده با تصاویر تفاضلی دو تاریخ (جدول ۲)، انتظار می‌رفت که همبستگی باند ۸ (باند مادون قرمز) که حساسیت بسیاری به تغییرات گیاهی دارد، نسبت به باندهای دیگر بیشتر باشد اما باند ۴ (باند قرمز) سنجنده سنتینل ۲ دارای بیشترین میزان همبستگی است. البته این همبستگی همانطور که در شکل ۲۳ مشاهده می‌گردد بیشتر به دلیل تغییر در مناطق با پوشش گیاهی بوده است! این باند به همراه باند ۳ و باند ۲ بر روی مناطق دارای پوشش گیاهی تغییرات را بیشتر از مناطق دیگر بارز ساخته‌اند (شکل‌های ۱۹ و ۲۱). این در حالی است که باند ۸ دارای کمترین میزان همبستگی با تفاضل باندهای مادون قرمز هر دو تاریخ بوده (جدول ۲) اما تغییرات نشان داده شده علاوه بر مناطق گیاهی در مناطق بدون پوشش گیاهی در آن کاملاً مشهود می‌باشد (شکل ۲۵). لذا این باند علی‌رغم ماهیت آن، می‌تواند پتانسیل خوبی برای آشکارسازی تغییرات ساختارهای زمین‌شناسی را دارا باشد.



شکل ۲۶- تصاویر رنگی مجازی تاریخ اول (سمت راست A) و تاریخ دوم (سمت چپ B) که در آن‌ها پوشش گیاهی به رنگ قرمز دیده می‌شود.

Fig. 26. date 1 false color composite (right image A) and date 2 false color composite with vegetated area in red.



شکل ۲۷- تغییرات پوشش گیاهی با استفاده از تفاضل NDVI تاریخ‌های اول و دوم. تن‌های بسیار روشن تغییرات در پوشش گیاهی را نشان می‌دهد.

Fig. 27. Changes in vegetation cover derived from date 1 and 2 NDVI subtraction. Bright tones indicate changes in vegetation cover.



شکل ۲۸ - شاخص بهنجار شده تفاضلی گیاهی (NDVI) نشانگر فقر گیاهی بر روی ساختار زمین‌شناسی منطقه تاریخ اول  
 Fig. 28. NDVI image shows less vegetation cover on geological structure of study area in date 1.



شکل ۲۹ - شاخص بهنجار شده تفاضلی گیاهی (NDVI) نشانگر فقر گیاهی بر روی ساختار زمین‌شناسی منطقه تاریخ دوم  
 Fig. 27. NDVI image shows less vegetation cover on geological structure of study area in date 2.

آشکارسازی تغییرات، این نتیجه به دست می‌آید که این روش در تشخیص مکان تغییرات موفق بوده و در به دست آوردن خروجی انعطاف دارد به گونه‌ای که می‌توان با بهینه کردن الگوریتم نتایج را تا حدی مطلوب‌تر کرد. البته محاسبات پیچیده، کد نویسی پیشرفته و محدودیت در اندازه و ابعاد تصاویر ورودی

با توجه به پیچیدگی‌های منحصر بفرد الگوریتم‌های مبتنی بر توابع تبدیل فوریه، این تحقیق نشان داد علیرغم این پیچیدگی‌های می‌توان با تکیه بر سازوکار اعمال شده تغییرات عوارض موجود بر روی سطح زمین را آشکار نمود. با انجام این پژوهش مبنی بر استفاده از تبدیل فوریه کسری بهینه در



قرمز موج کوتاه یعنی باندهای ۱۱ و ۱۲ سنجنده ماهواره سنتینل ۲ به چالش کشیده نشده است و قبلاً مزیت این باندها در بررسی و مطالعه سازندهای زمین‌شناسی توسط محققین متعددی تأیید شده است.

از جمله چالش‌های پیش روی محققین در انجام این روش می‌باشد. همچنین در نتیجه اعمال این الگوریتم به این نتیجه‌گیری کلی می‌توان دست یافت که تغییرات در ارتباط با سازندهای زمین‌شناسی در تصاویر با طول موج بلندتر (باند ۸ سنتینل) خود را نشان می‌دهد. هرچند در این تحقیق باندهای مادون

## References

- Barnsley, M.J., Moller-Jensen, L., Barr, S.L., 2001. Inferring urban land use by spatial and structural pattern recognition. *Remote Sensing and Urban Analysis*. Taylor and Francis 115-144.
- Candan Ç., M. Alper Kutay., Haldun M. Ozaktas., 2000. The Discrete Fractional Fourier Transform”, *IEEE Transactions on Signal Processing* 48(5).
- Dashti, S., Sabzegahabaei, Gh., Hedayatzadeh, F., Mohseni F., 2015. Application of Remote Sensing in Assessing and Management of Environment. *International Conference in New Outcomes in Agricultural Sciences, Natural Resources and Environment*.
- Gong, M., Zaho J., Miao Q., Jiao L., 2016. Change detection in synthetic Aperture Radar Image Based on Deep Neural Networks. *IEEE Transactions on Neural Networks and learning Systems* 27(1).
- Hall, O., Hay, G. J., 2003. A multiscale object-specific approach to digital change detection. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation* 4, 311-327.
- Hussain M., Chen D., Cheng A., Wei H., Stanley D., 2013. Change detection from remotely sensed images: From pixel-based to object-based approaches. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 80, 91-106.
- Jensen, J.R., 1983. *Urban/Suburban Land Use Analysis, Manual of Remote Sensing*. American Society of Photogrammetry. Falls Church, Virginia 1571-1666.
- Jensen, J.R., 2015. *Introductory Digital Image Processing: A Remote Sensing Perspective*”, *Pearson Series in Geographic Information Science*.
- Lin, Pao-Yen., 1999. *The fractional Fourier transform and its applications*. National Taiwan University, Taipei, Taiwan.
- Lu D., Mausel P., Brondizio E., Moran. E., 2004. Change detection techniques. *International journal of remote sensing* 25. 2365-2401.
- Malini, S., Moni, R.S., 2014. Impulse Image Noise Reduction Using Fuzzy-Cellular Automata Method. *Journal of Engineering and Advanced Technology* 4(1) 63-67.
- Mendlovic D., Ozaktas Haldun M., 1993. Fractional Fourier transforms and their optical implementation. *Journal of Optical Society of America* 9(10).
- Moghim, A., 2014. Integrating Spectral and Textural Information to Detect Changes using Multi-Temporal Satellite Images and Using Direct and after Classification Comparison. M.E. Thesis, Department of Surveying, KN Tousei University of Technology.
- Namias V., 1980. The Fractional Order Fourier Transform and Its Application to quantum mechanics. *Journal of Institute of Mathematics and its Applications* 25 241-265.
- Organi M, 2006. *Monitoring Urban Expansion Using Satellite Images Vis Spectral Mixing Model and After Classification Comparison*. M.E. Thesis, Department of Civil Engineering. University of Tehran. In Persian.

- Ozaktas H. M., Arıkan O., Kutay M. A., Bozdagi G., 1996. Digital Computation of the Fractional Fourier Transforms. *IEEE Transactions on Signal Processing* 44(9) 2141- 2150.
- Sadeghi, V., 2011. Knowledge-Based System for Map Updating using Satellite Images. M.E. Thesis, Department of Surveying, KN Tusi University of Technology.
- Singh, A., 1989. Digital Change Detection Techniques Using Remotely Sensed Data. *International Journal of Remote Sensing* 10 989-1003.
- Singh, S., Singh K., 2013. Image Change Detection by Means of Discrete Fractional Fourier Transform. *International Journal of Computer Applications* 77(16)16-20.
- Sinha P., 2010. *Speech Processing in Embedded Systems*. Springer New York, NY. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-75581-6>.
- Yang, W., Haifeng Song, Lei Du, Songsong Dai, Yingying XuA., 2022. Change Detection Method for Remote Sensing Images Based on Coupled Dictionary and Deep Learning. *Computational Intelligence and Neuroscience* 3404858. <https://doi.org/10.1155/2022/3404858>.