

روشی ساده برای برآورد مقدار پارامتر زبری سطح درزه با استفاده از هندسه فراکتالی

علیرضا نیلفروشان، ماشاله خامه‌چیان*، محمدرضا نیکودل؛

دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده علوم

پذیرش ۹۹/۰۶/۰۱

دریافت ۹۸/۰۵/۰۹

چکیده

ضریب زبری سطح درزه (JRC^1) یکی از مهم‌ترین خصوصیات ناپیوستگی‌ها برای تعیین مقدار مقاومت برشی در معیار شکست بارتن-باندیس (۱۹۸۲) است. یکی از نقاط ضعف این پارامتر وابستگی زیاد آن به قضاوت شخصی در انطباق مقطع سطح درزه با مقاطع استاندارد بارتن و چوبی (۱۹۷۷) است. برای رفع این مشکل روش‌های مختلفی ابداع شده، این مقاله در رابطه با پیشنهاد فرمولی ساده بر پایه هندسه فراکتالی است. در این تحقیق دو رابطه بر مبنای هندسه فراکتالی به‌روش شمارش جعبه و بعد هم‌بستگی برای برآورد عدد زبری سطح درزه ارائه شده است. هم‌چنین مقدار JRC با استفاده از این دو رابطه برای ۱۹۲ مقطع درزه طبیعی برآورد و با دیگر روابط تعیین JRC مقایسه شده است. بر این اساس در این روابط سهیم کردن پارامتر نسبت دامنه ناهمواری به طول مقطع، علاوه بر پارامتر عدد بعد فراکتال، باعث افزایش دقت و گستره وسیع‌تر برای محاسبه عدد زبری سطح درزه نسبت به روابط تک پارامتری می‌شود.

واژه‌های کلیدی: ضریب زبری سطح درزه، هندسه فراکتال.

مقدمه

ناپیوستگی‌ها نقش مهمی در رفتار تغییر شکلی توده‌سنگ دارند. خصوصیات ناپیوستگی‌ها شامل زبری، تداوم، پُرشدگی، سختی، بازشدگی، جهت‌یابی، هوازدگی و فاصله‌داری هستند. بارتن [۱]، [۲]، [۳]، رابطه تجربی ۱ را برای برآورد مقدار مقاومت برشی ناپیوستگی‌های توده سنگ ابداع کرد.

$$\tau = \sigma_n \tan \left[JRC \cdot \log \left(\frac{JCS}{\sigma_n} \right) + \phi_r \right] \quad (1)$$

JCS = مقاومت تک‌محوره سطح درزه ϕ_r = زاویه اصطکاک باقی‌مانده

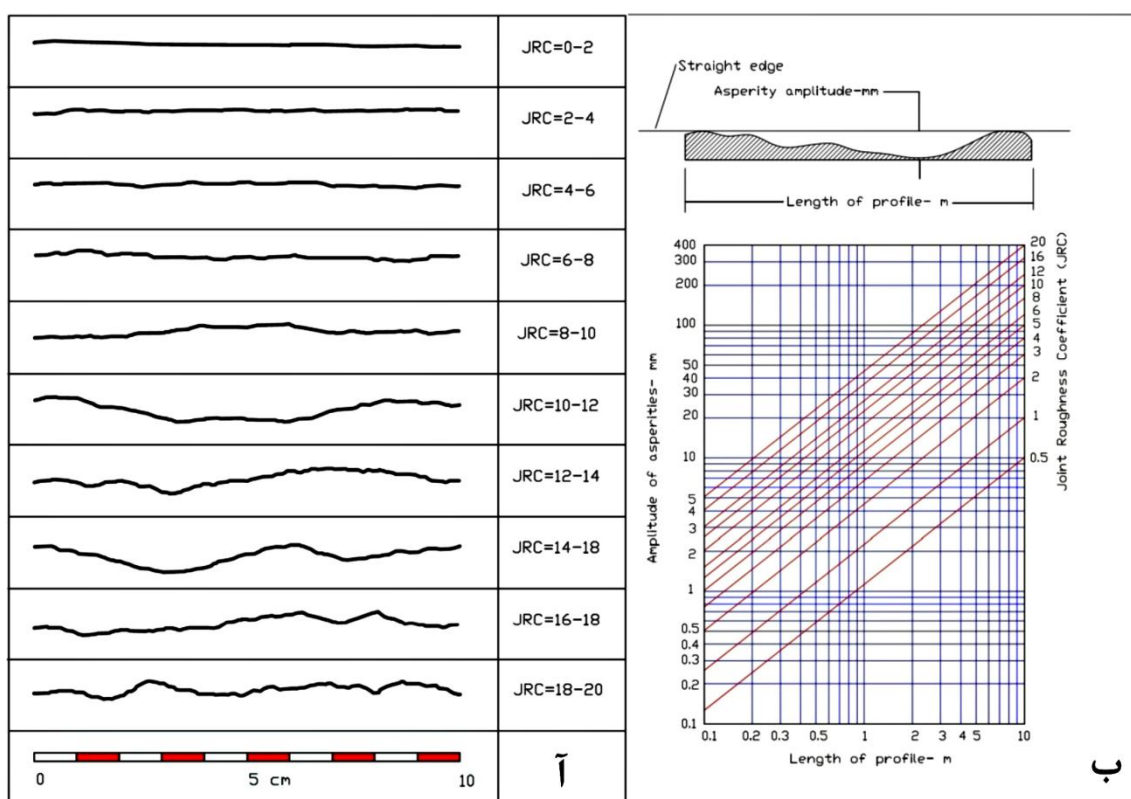
τ = مقاومت برشی σ_n = تنش نرمال JRC = ضریب زبری سطح درزه

ضریب زبری سطح درزه یا JRC یکی از مهم‌ترین پارامترها در این معیار برای تخمین مقاومت برشی درزه‌های توده‌سنگ است، که تخمین آن به‌روش مقایسه‌ای با مقاطع استاندارد (شکل ۱ آ) تا حدود زیادی وابسته به قضاوت شخصی است. از زمان تعیین این پارامتر روش‌های مختلفی برای کم کردن اثر قضاوت شخصی در تعیین این عدد ابداع شده است، مانند: روش لبه مستقیم^۲ (شکل ۱ ب و جدول ۱)، روش هندسه فراکتال^۳ (جدول ۱)، استفاده از پارامترهای آماری^۴، روش اندازه‌گیری مستقیم و غیره [۴]. به‌غیر از روش مقایسه با پروفیل‌های استاندارد، معمول‌ترین روش برای برآورد JRC روش لبه مستقیم است [۱]. در روش لبه مستقیم که ساده‌ترین روش برای کم کردن خطای

*نویسنده مسئول: khamechm@modares.ac.ir

1. Joint roughness coefficient
2. Straight edge method
3. Fractal dimension
4. Statistical parameters

انسانی و قضاوت شخصی برای برآورد JRC است، با اندازه‌گیری نسبت دامنه ناهمواری به طول مقطع مقدار عدد JRC برآورد می‌شود. نمونه این روش نمودار بارتن و باندیس (۱۹۹۰) است (شکل ۱.ب). اولین رابطه میان بعد فراکتال و مقدار JRC به‌وسیله ترک و همکاران (۱۹۸۷) ارائه شد [۵]. پس از آن روابط مختلفی بر پایه هندسه فراکتالی به‌وسیله محققان مختلف میان JRC با مقدار D (بعد فراکتال) پیشنهاد شده است. در جدول ۱ نمونه‌هایی از این روابط ارائه شده است. این روابط اکثراً بر پایه اندازه‌گیری بعد فراکتال به‌روش‌های تقسیم‌بندی خط (C-W)، دامنه به طول موج (h-L) و روش شمارش جعبه (B-C) هستند. هر کدام از این روش‌ها مزایا و معایب خاص خود را دارند، شامل: نیاز به نرم‌افزارهای خاص، فرمول‌های پیچیده، فرمول‌های با نتایج غیرقابل اعتماد و تعیین پارامترهای مختلف آماری، که استفاده از این روش‌ها را مشکل می‌سازد. در این مقاله سعی شده که روشی ساده بر پایه محاسبات هندسه فراکتالی برای تخمین این پارامتر پیشنهاد شود.



شکل ۱. آ) مقاطع استاندارد بارتن و چوبی (۱۹۷۷) برای تعیین عدد JRC، ب) نمودار بارتن و باندیس (۱۹۹۰) برای تعیین مقدار JRC با استفاده از طول و دامنه موج مقطع [۱]

هندسه فراکتال

مندلبروت^۱ [۶]، [۷] وقتی که روی طول سواحل انگلیس بررسی می‌کرد به این نتیجه رسید که هرگاه در مقیاس بزرگ این طول اندازه گرفته شود بیش‌تر از زمانی است که، مقیاس کوچک‌تر باشد. فراکتال (برخال) ساختاری هندسی است که با بزرگ کردن هر بخش از این ساختار به نسبت معین، همان ساختار نخستین به‌دست آید. به گفتاری دیگر برخال ساختاری است که هر بخش از آن با همه مجموعه همانند است. برخال از دور و نزدیک یک‌سان دیده می‌شود.

1. Mandelbrot

در شاخه ریاضی نظریه بی‌نظمی، بر یکی از مشخصه‌های اصلی این فرم هندسی که ناشی از ماهیت قطعه، قطعه شدن است، تأکید شده است. روش‌های زیادی برای محاسبه بعد فراکتالی وجود دارد مانند: تقسیم‌بندی^۱، شمارش جعبه^۲، واریوگرام^۳، طیفی^۴ و روش بعد هم‌بستگی^۵.

جدول ۱. نمونه‌ای از روابط ارائه شده برای برآورد JRC به روش لبه مستقیم و بعد فراکتال

شماره	معادله	روش	R	تغییرات D	مرجع
۱	$JRC = (450 + 50 \log L) R_y/L$	Straight edge method	-	-	Barton and Bandis [1]
۲	$JRC = 49e^{6.44/L} \arctan(R_y/L)$	Straight edge method	-	-	Du et al. [8]
۳	$JRC = -1022.55 + 1023.92D$	C-W	-	۱-۱/۰۱۴۹	Turk et al.[5]
۴	$JRC = 520.28(D - 1)^{.7588}$	C-W	-	۱-۱/۰۷۴۲	Li and Huang [9]
۵	$JRC = 209.7517D - 204.1486$	C-W	۰/۹۴۷۰	۱-۱/۰۶۸۶	Qin et al. [10]
۶	$JRC = 172.206D - 167.2946$	C-W	۰/۹۹۷۶	۱-۱/۰۸۷۶	Zhou and Xiong [11]
۷	$JRC = 53.7031(D - 1)^{0.3642}$	h-L	۰/۹۸۵۰	۱-۱/۰۶۶۴	Askari and Ahmadi [12]
۸	$JRC = 85.2671(D - 1)^{0.5679}$	h-L	-	۱-۱/۰۷۷۸	Xie and Pariseau [13]

پارامترهای جدول ۱ شامل:

روش دامنه به طول موج h-L= روش تقسیم‌بندی خط C-W= روش لبه مستقیم Straight edge method= روش دامنه ناهمواری R_y= عدد بعد فراکتال D= طول منحنی L=

روش تقسیم‌بندی خط (C-W)

اساس این روش اندازه‌گیری منحنی با پرگار با شعاع مشخص است. در این روش طول منحنی در هر مرحله با استفاده از پرگار با شعاع مشخص (r) به تعداد (N) قسمت مساوی تقسیم می‌شود. با ترسیم نمودار Log- Log تعداد تقسیمات خط (N) در مقابل شعاع (r) در هر مرحله، نموداری خطی حاصل می‌شود که شیب آن (رابطه ۲) مقدار عدد بعد فراکتال (D) را می‌دهد [۱۴].

$$-D = \frac{\Delta \log N}{\Delta \log r} \quad (2)$$

روش دامنه به طول موج (h-L)

برای محاسبه بعد فراکتال به این روش مقدار معادل واحدی کمی به صورت منظم به طول منحنی اضافه می‌شود. در مرحله اول مقطع به دو قسمت تقسیم شده و هر قسمت با دو وجه یک سه‌ضلعی متساوی‌الساقین با زاویه i جای‌گزین می‌شود. در واقع، طول منحنی در هر مرحله به نسبت 1/cos i افزایش می‌یابد [۱۲]. اگر این مراحل چندین بار تکرار شود یک شکل برخالی حاصل می‌شود که بعد هم‌بستگی آن از شیب نمودار Log- Log تعداد تقسیمات منحنی به طول تقسیمات در هر مرحله طبق رابطه ۳ قابل محاسبه است. در این رابطه h: دامنه موج و L: طول موج است.

1. Divider method (Compass-Walking)
2. Box counting method
3. Variogram method
4. Spectral method
5. Correlation

$$D = \frac{-\log N}{\log y} = \frac{\log N}{\log N \cos i} = \frac{\log N}{\log N (\cos(\tan^{-1} \frac{2h}{l}))} = \frac{\log 4}{\log 4 (\cos(\tan^{-1} 2h/l))} \quad (3)$$

روش شمارش جعبه

این روش در واقع اصلاح شده شیوه تقسیم خطی است، به این صورت که مجموعه نقاط منحنی با یک شبکه مربعی با طول ضلع ε پوشانده می‌شود. سپس تعداد مربعاتی که با طول ضلع مشخص کل منحنی مورد نظر را پوشش دهند شمارش می‌شود. این کار با شبکه‌بندی با طول ضلع‌های مختلف تکرار شده و در هر مرتبه تعداد مربع پوشاننده منحنی به دست می‌آید. حد نهایی زمانی است که ε به سمت صفر میل می‌کند. در این حالت با استفاده از رابطه $L = N \times \varepsilon$ طول واقعی به طول محاسبه شده بسیار نزدیک می‌شود. در ادامه بعد فراکتال از نسب تغییرات عدد N با کوچک‌تر شدن شبکه محاسبه می‌شود [۱۵]، [۱۶]. در واقع اگر عدد N در ارتباط با ε در یک نمودار Log-Log رسم شود، شیب این نمودار (رابطه ۴) مقدار D بعد فراکتال را می‌دهد.

$$D = \Delta \log \frac{N}{\Delta} \log \varepsilon \quad (4)$$

روش بعد همبستگی

در نظریه آشوب بعد همبستگی، که با V نشان داده شده، اندازه‌گیری ابعاد فضای اشغالی به وسیله مجموعه‌ای از نقاط تصادفی است [۱۷]، [۱۸]، [۱۹]. برای مثال، اگر مجموعه‌ای از نقاط تصادفی حقیقی بین ۰ و ۱ وجود داشته باشد، بعد همبستگی $V=1$ است و اگر یک مثلث در فضای سه‌بعدی جاسازی شده باشد بعد همبستگی $V=2$ می‌شود. استفاده اصلی بعد همبستگی در داده‌ها با مقیاس کوچک است. مزیت بعد همبستگی این است که به سرعت و مستقیم محاسبه می‌شود و زمانی که تعداد کمی از نقاط در دسترس باشد نویز کم‌تری دارد.

برای N نقطه در فضای M بعدی داریم (رابطه ۵):

$$\vec{\alpha} = [\alpha_1(i), \alpha_2(i), \dots, \alpha_m(i)], \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

سپس انتگرال همبستگی $C(\varepsilon)$ از رابطه ۶ محاسبه می‌شود:

$$C(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{g}{N^2} \quad (6)$$

که g تعداد کل جفت نقاطی است که فاصله بین آنها کمتر از ε است. چنان‌که تعداد نقاط به بی‌نهایت تمایل پیدا می‌کند و فاصله بین آنها به صفر می‌رسد، انتگرال همبستگی، برای مقادیر کوچک ε ، به صورت رابطه ۷ می‌شود:

$$C(\varepsilon) \sim \varepsilon^D \quad (7)$$

اگر تعداد نقاط به اندازه کافی بزرگ باشد و نقاط به طور مساوی توزیع شوند، با محاسبه log-log از انتگرال همبستگی بر حسب ε ، یک تخمین از D را به دست می‌آید. این شیوه به وسیله گراسبرگر و پروکاسیا (۱۹۸۳) معرفی شد و می‌تواند برای تمایز بین رفتار آشوبناک از تصادفی استفاده شود [۲۰].

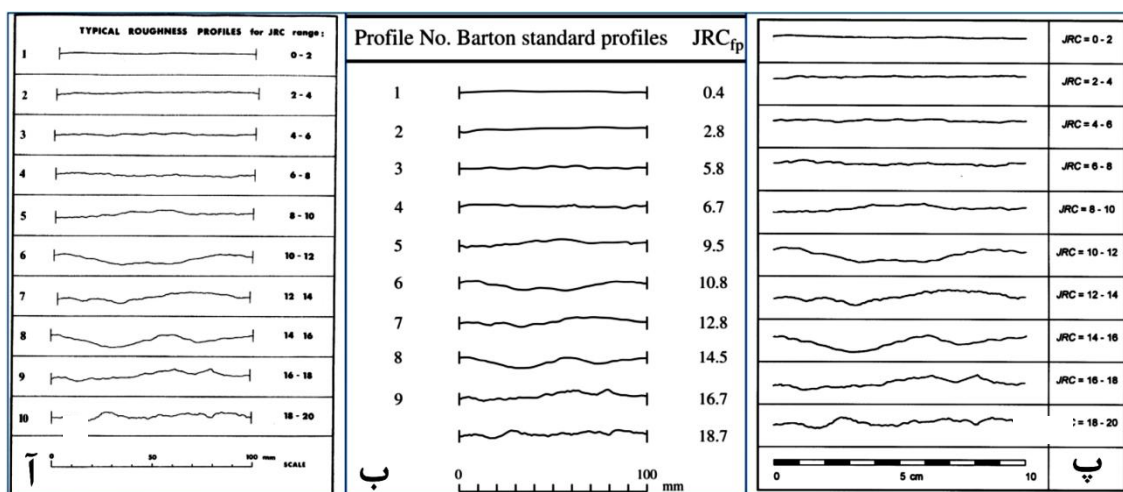
روش کار

این پژوهش در اصل برای برآورد دقیق‌تر پارامتر JRC با استفاده از چند روش مختلف در منطقه‌ای از زاگرس و آهک‌های کارستی ایلام- سروک است (شکل ۳). به همین منظور تعداد ۱۹۲ مقطع‌نگاری از درزه‌های این توده سنگ با ابزار شانه بارتن^۱ برداشت شده است.

1. Barton comb

مزیت نسبی روش هندسه فراکتال برای بررسی و مقایسه شکل‌های هندسی و تصاویر (در این مورد عناصر خطی) نسبت به دید چشمی، حساسیت بیش‌تر آن نسبت به تفاوت‌های کوچک و بزرگ مقیاس و بیان آن به‌صورت کمی است. در کنار دقت خوب روش‌های هندسه فراکتالی نقطه ضعف آنها، حساسیت به کیفیت تصاویر ارائه شده به نرم‌افزار است. به‌همین منظور برای انتخاب بهترین کیفیت تصاویر مقاطع استاندارد JRC از سه منبع مختلف برای تهیه این تصاویر استفاده شده است. این تصاویر از مقاله اصلی بارتن و چوبی [۳] (شکل ۲ آ)، مقاطع دیجیتال شده [۴] (شکل ۲ ب) و مقاطع استاندارد توصیه شده در استاندارد ISRM, 1981 [۲۱] (شکل ۲ پ) است. با توجه به قدیمی بودن مقاله اصلی بارتن کیفیت تصاویر ارائه شده در آن پایین است. از طرفی دیجیتال‌سازی و اصلاح کیفیت تصاویر هم می‌تواند بسته به کیفیت کار باعث ایجاد تغییراتی در اصل تصویر و حذف ناخواسته ناهمواری‌های کوچک مقیاس عناصر خطی شود. از این مقاطع در نرم‌افزار رایگان Fractalyes V2.4 برای برآورد مقدار بعد فراکتال به دو روش شمارش جعبه و بعد هم‌بستگی خطی استفاده شد. در جدول ۲ مقادیر به‌دست آمده برای عدد D برای هر کدام از این مقاطع در کنار مقدار JRC و JRC_{fp} [۴] نشان داده شده است.

هم‌چنین مقدار دامنه ناهمواری به‌طول مقطع (As/L) روی این مقاطع اندازه‌گیری شده که نتایج آن در جدول ۲ قابل مشاهده است. مقادیر محاسبه شده برای عدد بعد فراکتال به دو روش شمارش جعبه و بعد هم‌بستگی بر حسب مقدار JRC بر نمودار ترسیم شده و از آن رگرسیون گرفته شده است که نتایج آن در شکل ۴ قابل مشاهده است.



شکل ۲. آ) تصویر مقاطع مقاله اصلی بارتن و چوبی (۱۹۷۷)، ب) تصویر مقاطع دیجیتال شده JRC_{FP} ژنگ و کوبی (۲۰۱۶)، پ) تصویر مقاطع استاندارد توصیه شده در ISRM, 1981

چنان‌که از شکل ۴ مشخص است (قسمت آ و ب) نتیجه محاسبه عدد بعد فراکتال از مقاله اصلی بارتن و چوبی^۲ (۱۹۷۷) [۳] پراکندگی زیادی داشته و از رگرسیون آن نیز ارتباط مناسبی میان بعد فراکتال با عدد JRC به‌دست نیامده است. علت این موضوع کیفیت نامناسب تصاویر مقاله اصلی بارتن و چوبی (۱۹۷۷) و ایجاد نویز زیاد در محاسبه عدد بعد فراکتال است. مقاطع دیجیتال شده ژنگ و کوبی^۳ (۲۰۱۶) [۴] کیفیت بهتری داشته است و ارتباط عدد بعد فراکتال حاصل از آنها با مقدار JRC هم‌بستگی بهتری در نتایج رگرسیون (شکل ۴ قسمت پ و ت) داشته است.

1. JRC value for default one-way shear direction (from left to right)
 2. Barton and Choubey, 1977
 3. Zheng and Qi, 2016

جدول ۲. مقادیر به دست آمده برای عدد بعد فراکتال برای مقاطع استاندارد JRC

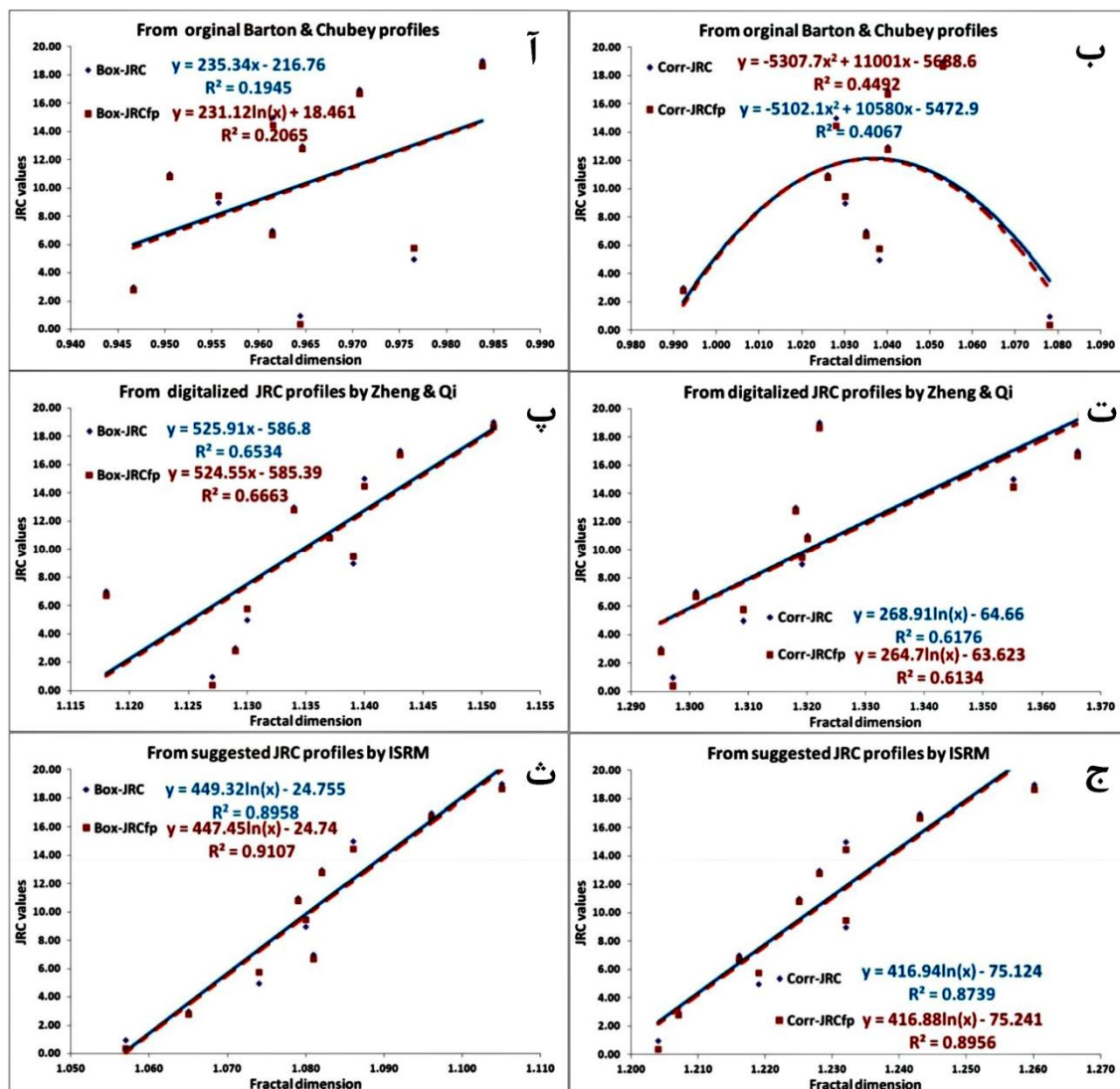
شماره مقطع	عدد JRC	عدد JRC _{FP}	Barton & Choubey [3]		Zheng & Qi [4]		ISRM [21]		طول مقطع / دامنه ناهمواری
			بعد فراکتال		بعد فراکتال		بعد فراکتال		
			شمارش جعبه	روش بعد همبستگی	شمارش جعبه	روش بعد همبستگی	شمارش جعبه	روش بعد همبستگی	
۱	۱/۰۰	۰/۴۰	۰/۹۶۴۴	۱/۰۷۸	۱/۱۲۷	۱/۲۹۷	۱/۰۵۷	۱/۲۰۴	۰/۰۱۵۲
۲	۳/۰۰	۲/۸۰	۰/۹۴۶۶	۰/۹۹۲۲	۱/۱۲۹	۱/۲۹۵	۱/۰۶۵	۱/۲۰۷	۰/۰۱۵۳
۳	۵/۰۰	۵/۸۰	۰/۹۷۶۵	۱/۰۳۸	۱/۱۳۰	۱/۳۰۹	۱/۰۷۴	۱/۲۱۹	۰/۰۱۶۵
۴	۷/۰۰	۶/۷۰	۰/۹۶۱۴	۱/۰۳۵	۱/۱۱۸	۱/۳۰۱	۱/۰۸۱	۱/۲۱۶	۰/۰۲۸۲
۵	۹/۰۰	۹/۵۰	۰/۹۵۵۷	۱/۰۳۰	۱/۱۳۹	۱/۳۱۹	۱/۰۸۰	۱/۲۳۲	۰/۰۳۶۵
۶	۱۱/۰۰	۱۰/۸۰	۰/۹۵۰۵	۱/۰۲۶	۱/۱۳۷	۱/۳۲۰	۱/۰۷۹	۱/۲۲۵	۰/۰۵۹۷
۷	۱۳/۰۰	۱۲/۸۰	۰/۹۶۴۶	۱/۰۴۰	۱/۱۳۴	۱/۳۱۸	۱/۰۸۲	۱/۲۲۸	۰/۰۶۳۴
۸	۱۵/۰۰	۱۴/۵۰	۰/۹۶۱۵	۱/۰۲۸	۱/۱۴۰	۱/۳۵۵	۱/۰۸۶	۱/۲۳۲	۰/۰۶۸۵
۹	۱۷/۰۰	۱۶/۷۰	۰/۹۷۰۷	۱/۰۴۰	۱/۱۴۳	۱/۳۶۶	۱/۰۹۶	۱/۲۴۳	۰/۰۶۲۹
۱۰	۱۹/۰۰	۱۸/۷۰	۰/۹۸۳۸	۱/۰۵۳	۱/۱۵۱	۱/۳۲۲	۱/۱۰۵	۱/۲۶۰	۰/۰۴۷۰



شکل ۳. (آ) نمایی از توده سنگ آهک ایلام-سروک در منطقه بررسی شده، (ب) نمای نزدیک از اندازه گیری مقطع زبری سطح سنگ با شانه بارتن ۱۵ سانتی متری

بهترین نتایج محاسبه بعد فراکتال از مقاطع استاندارد توصیه شده به وسیله ISRM (۱۹۸۱) به دست آمده است [۲۱] و از رگرسیون آن با مقدار عددی JRC_{FP} [۴] همبستگی خوبی به دست آمده است (شکل ۴ قسمت ث و ج). با توجه به نتایج حاصل، تصاویر ارائه شده در استاندارد ISRM (۱۹۸۱) دارای کیفیت بهتری برای محاسبه بعد فراکتال هستند و استفاده از آنها همبستگی بیش تری با مقدار عدد JRC نشان داده است. چنان که از جدول ۲ مشخص است، ارتباط میان بعد فراکتال و عدد JRC روند کاملاً منظمی ندارد و با افزایش مقدار JRC لزوماً مقدار عدد بعد فراکتال افزایش نمی یابد. این موضوع کاربرد رابطه ای که صرفاً بر اساس ارتباط دو پارامتر JRC و بعد فراکتال استوار باشد را با تردیدهایی مواجه می کند. بنابراین در صورت ورود پارامتر دیگری در معادله احتمالاً رابطه دقیق تری قابل حصول است.

در ستون آخر جدول ۲ نسبت دامنه ناهمواری به طول مقطع، برای مقاطع استاندارد ISRM [۲۱] محاسبه شده است. چنان‌که قبلاً ذکر شد، اساس روش لبه مستقیم [۱] ارتباط میان نسبت دامنه ناهمواری به طول مقاطع استاندارد JRC با عدد JRC است.



شکل ۴. نتایج رگرسیون میان عدد بعد فراکتال (روش شمارش جعبه و بعد هم‌بستگی) حاصل از تصویر پروفیل‌های استاندارد JRC از سه منبع مختلف با مقدار عدد JRC و JRC_{fp} ؛ آ، پ، ث) نتایج رگرسیون به ترتیب برای مقاطع بارتون و چویی (۱۹۷۷)، مقاطع دیجیتال شده ژنگ و کویی^۱ (۲۰۱۶) و مقاطع استاندارد ISRM (۱۹۸۱) به روش شمارش جعبه؛ ب، ت، ج) نتایج رگرسیون به ترتیب برای مقاطع بارتون و چویی (۱۹۷۷)، مقاطع دیجیتال شده ژنگ و کویی (۲۰۱۶) و مقاطع استاندارد ISRM (۱۹۸۱) به روش بعد هم‌بستگی

این ارتباط در شکل ۵ نمایش داده شده است. به منظور به دست آوردن رابطه‌ای که قابلیت اطمینان بیشتری در محاسبه عدد JRC داشته باشد از نتایج تعیین بعد فراکتال و نسبت دامنه به طول موج مقاطع JRC استفاده شد. در واقع تلاش شد از ترکیب دو روش لبه مستقیم و بعد فراکتال برای اطمینان بیشتر در تعیین عدد زبری سطح درزه

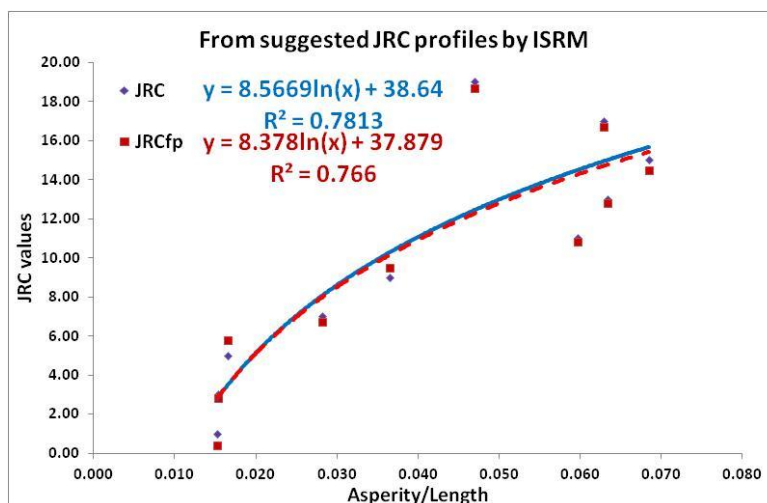
1. Zheng and Qi

استفاده شود. به همین منظور در نرم افزار Matlab 7.0.6 میان این سه دسته عدد رگرسیون خطی دو پارامتری گرفته شد که نتایج آن روابط ۸ و ۹ است.

$$JRC = -326.79 + 100.66(As/L) + 307.73(D_{Box}) \quad R = 0.9915 \quad (8)$$

$$JRC = -297.41 + 109.64(As/L) + 246.82(D_{Corr}) \quad R = 0.9927 \quad (9)$$

در این روابط، As : دامنه ناهمواری، L : طول منحنی، D_{Box} : بعد فراکتال به روش شمارش جعبه و D_{Corr} : بعد همبستگی است.



شکل ۵. رابطه میان نسبت دامنه ناهمواری به طول مقطع با عدد JRC

یکی از معایب روش های محاسبه بعد فراکتال حساسیت بسیار زیاد این عدد به کیفیت تصویر استفاده شده است. کیفیت کم تصاویر با ایجاد نویز باعث خطا در محاسبه عدد بعد فراکتال شده و تأثیر زیادی در نتایج روابط مبتنی بر این روش می گذارد، به طوری که باعث شده استفاده از روابط استوار بر این روش تا حدودی شخصی شده و صرفاً برای نویسندگان نتایج مطلوبی داشته باشند. به منظور جلوگیری از خطا در محاسبه مقدار بعد فراکتال توصیه های مختلفی در مورد کیفیت تصاویر مورد محاسبه ارائه شده است [۲۲].

در اکثر نرم افزارهای محاسبه بعد فراکتال توصیه به استفاده از تصاویر تک رنگ^۱ است. همچنین معمولاً در این گونه نرم افزارها گزینه ای به نام Thinning برای حذف حداکثر پیکسل های عرضی (محاسبه بعد فراکتال به شدت به ضخامت عنصر خطی حساس است) خط و کاهش نویز در محاسبه بعد فراکتال است. عیب استفاده از این گزینه به ویژه در مورد تصاویر اسکن شده از مقاطع JRC حذف پیکسل های خاکستری و ایجاد نقاط قطع شدگی در طول خط است که باعث بروز خطا در محاسبه می شود. در این مقاله برای افزایش کیفیت تصویر، تصاویر اسکن شده مقاطع صحرایی به کمک نرم افزار Img2CAD به محیط CAD وارد شدند. بدیهی است، در صورت موجود بودن امکانات لیز اسکن در صحرا (برای برداشت سطح درزه به جای روش شانه بارتن) نیازی به این مرحله اصلاح نیست و فقط خروجی برداشت باید به صورت مستقیم در راستاهای مورد نظر به فرمت مقاطع رستری برای محاسبه تبدیل شود.

1. Monochromatic

جدول ۳ مقادیر به‌دست آمده برای عدد بعد فراکتال برای مقطع استاندارد شماره ۱۰ برای حالت‌های مختلف ضخامت خط

طول خط (mm)	ضخامت خط (mm)	ضخامت خط / طول خط	تعداد سلول تصویر		عدد بعد فراکتال		
			تعداد سلول در طول	تعداد سلول در عرض	L/W	D _{Box}	D _{Corr}
۱۰۰	۰/۲۰	۵۰۰/۰۰	۶۱۱	۱	۶۱۱/۰۰	۰/۸۴۲۰	۰/۷۹۴۷
۱۰۰	۰/۳۰	۳۳۳/۳۳	۶۰۸	۱	۶۰۸/۰۰	۰/۹۵۷۷	۰/۹۹۲۹
۱۰۰	۰/۴۰	۲۵۰/۰۰	۶۱۱	۲	۳۰۵/۵۰	۱/۰۴۲۰	۱/۱۸۵۰
۱۰۰	۰/۵۰	۲۰۰/۰۰	۶۰۸	۲	۳۰۴/۰۰	۱/۰۸۳۰	۱/۲۹۴۰
۱۰۰	۰/۶۰	۱۶۶/۶۷	۶۰۸	۳	۲۰۲/۶۷	۱/۱۱۶۰	۱/۴۰۹۰
۱۰۰	۰/۷۰	۱۴۲/۸۶	۶۱۰	۴	۱۵۲/۵۰	۱/۱۴۹۰	۱/۴۶۱۰
۱۰۰	۰/۸۰	۱۲۵/۰۰	۶۱۰	۵	۱۲۲/۰۰	۱/۱۶۹۰	۱/۵۱۶۰
۱۰۰	۰/۹۰	۱۱۱/۱۱	۶۰۹	۵	۱۲۱/۸۰	۱/۱۸۹۰	۱/۵۴۰۰
۱۰۰	۱/۰۰	۱۰۰/۰۰	۶۱۲	۶	۱۰۲/۰۰	۱/۲۱۲۰	۱/۶۲۴۰
۱۰۰	۱/۲۰	۸۳/۳۳	۶۱۲	۷	۸۷/۴۳	۱/۲۴۵۰	۱/۶۶۴۰
۱۰۰	۱/۴۰	۷۱/۴۳	۶۱۴	۸	۷۶/۷۵	۱/۲۷۳۰	۱/۷۲۲۰
۱۰۰	۱/۵۸	۶۳/۲۹	۶۱۵	۹	۶۸/۳۳	۱/۲۹۷۰	۱/۷۹۲۰
۱۰۰	۲/۰۰	۵۰/۰۰	۶۱۹	۱۳	۴۷/۶۲	۱/۳۴۲۰	۱/۸۱۱۰
۱۰۰	۲/۱۱	۴۷/۳۹	۶۱۸	۱۴	۴۴/۱۴	۱/۳۵۵۰	۱/۸۴۳۰

بر اساس بررسی مقاطع استاندارد دیجیتالی شده نسبت طول خط مستقیم به ضخامت قلم استفاده شده در نرم‌افزار CAD و نسبت تعداد پیکس‌ها در طول تصویر به تعداد آن در عرض خط با عدد به‌دست آمده برای بعد فراکتال رابطه دارد. در جدول ۳ نتیجه این محاسبه برای مقطع استاندارد شماره ۱۰ JRC [۲۱] آورده شده است.

در شکل‌های ۶ و ۷ ارتباط به‌دست آمده میان بعد فراکتال با نسبت پیکسل‌ها و ضخامت خط نشان داده شده است. با استفاده از روابط شکل‌های ۶ و ۷ می‌توان با داشتن نسبت طول مقطع به ضخامت آن یا نسبت تعداد پیکسل در طول به تعداد آن در عرض خط، مقدار عدد بعد فراکتال را برای مقطع شماره ۱۰ استاندارد JRC [۲۱] محاسبه کرد. اگر نام این مقدار Di_{10} گذاشته شود، از طریق ضرب فاکتور مقیاس (رابطه ۱۰) در اعداد محاسبه شده برای بعد فراکتال، با استفاده از روابط ۸ و ۹ می‌توان مقدار JRC را محاسبه کرد.

$$S_F = \frac{1.105}{Di_{10}} \quad (10)$$

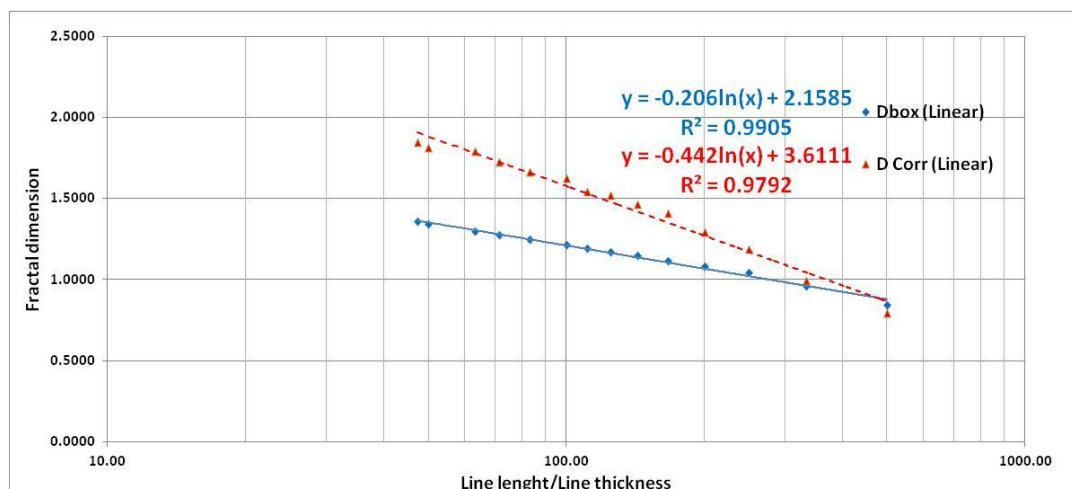
فاکتور مقیاس S_F عدد بعد فراکتال برای مقطع شماره ۱۰ استاندارد Di_{10}

برای مثال اگر برای مقاطع دیجیتالی شده در محیط CAD از قلم ۰/۷ میلی‌متر استفاده شود و طول مقطع ۱۵ سانتی‌متر و مقیاس چاپ ۱:۱ باشد، در این صورت نسبت طول به ضخامت خط ۲۱۴/۲۸۶ خواهد بود. با استفاده از رابطه ۱۱ برای روش شمارش جعبه مقدار Di_{10} عدد ۱/۰۵۲۹ و مقدار S_F برابر ۱/۰۴۹۵ می‌شود.

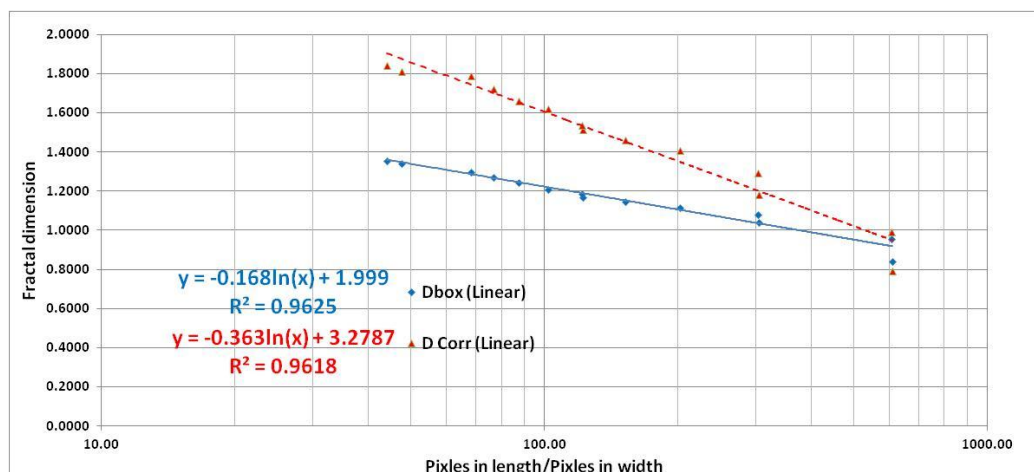
$$Di_{10} = -0.206 \ln L_l/L_t + 2.1585 \quad (11)$$

طول مقطع L_l ضخامت خط L_t

اگر برای یکی از این مقاطع مقدار بعد فراکتال ۱/۰۳۵ و نسبت As/L مقدار ۰/۰۲۹ باشد با ضرب مقدار S_F در بعد فراکتال و استفاده از رابطه ۸ مقدار JRC برابر ۱۰/۴ به‌دست می‌آید.



شکل ۶. رابطه میان نسبت طول مقطع به ضخامت با بعد فراکتال



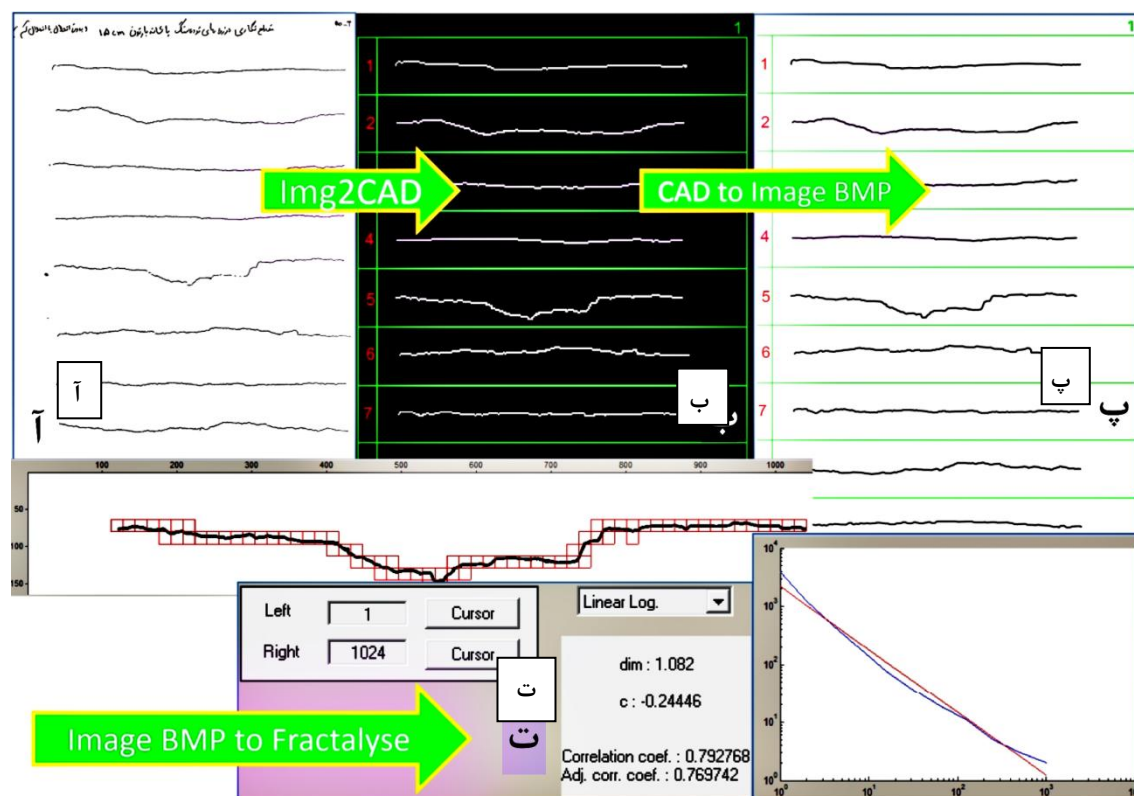
شکل ۷. رابطه میان نسبت پیکسل‌ها در طول به عرض مقطع با بعد فراکتال

اثبات کارایی یک رابطه زمانی است که در عمل قابل استفاده باشد و کارایی آن در مقابل روابط مشابه بررسی شود. به همین منظور در این پژوهش تعداد ۱۹۲ مقطع نگاری درزه، از آهک‌های کارستی ایلام و سروک در زاگرس با استفاده از شانه بارتن^۱ ۱۵ سانتی‌متری تهیه شده است (شکل ۳). این مقاطع پس از اسکن و تبدیل به فایل دیجیتالی و بهبود کیفیت تصویر به فرمت تک رنگ تبدیل و از فرمت تصویری با استفاده از نرم‌افزار Img2CAD به محیط اتوکد وارد شده‌اند. سپس پارامترهای مورد نیاز روش لبه مستقیم (طول مقطع و دامنه ناهمواری) برای هر مقطع محاسبه و مقایسه با مقاطع استاندارد بارتن صورت گرفته است. همچنین از این مقاطع تصاویر به صورت جداگانه با کیفیت تقریبی 150×1000 پیکسل برش داده و ذخیره شد. از این تصاویر برای محاسبه بعد فراکتال (D) برای استفاده در روابط بر پایه هندسه فراکتالی استفاده شده است. در شکل ۸ اینفوگرافیک (اطلاع‌نگاشت) این مراحل، به صورت تصویری نشان داده شده است. سپس به روش‌های مقایسه با مقاطع استاندارد بارتن، روش لبه مستقیم و تعدادی از روابط ارائه شده بر پایه بعد فراکتال مقدار JRC برآورد و با نتایج به دست آمده از روابط ۸ و ۹ مقایسه شد. شکل ۹ تصویر تعدادی










1. Barton comb

از مقاطع برداشت شده از آهک ایلام-سروک، پارامترهای بعد فراکتال و JRC محاسبه شده برای هر کدام را نشان می‌دهد. چنان‌که در شکل ۹ قابل مشاهده است، برای مقادیر JRC کوچک‌تر از ۱۰ برآورد دو رابطه ۹ و رابطه ۱۰ و همکاران [۸] شباهت بیشتری با هم دارد. هم‌چنین در همین موارد مقدار JRC برآورد شده با استفاده از رابطه ۸ و رابطه بارتن و باندیس [۱] عدد بالاتری را نشان می‌دهد.

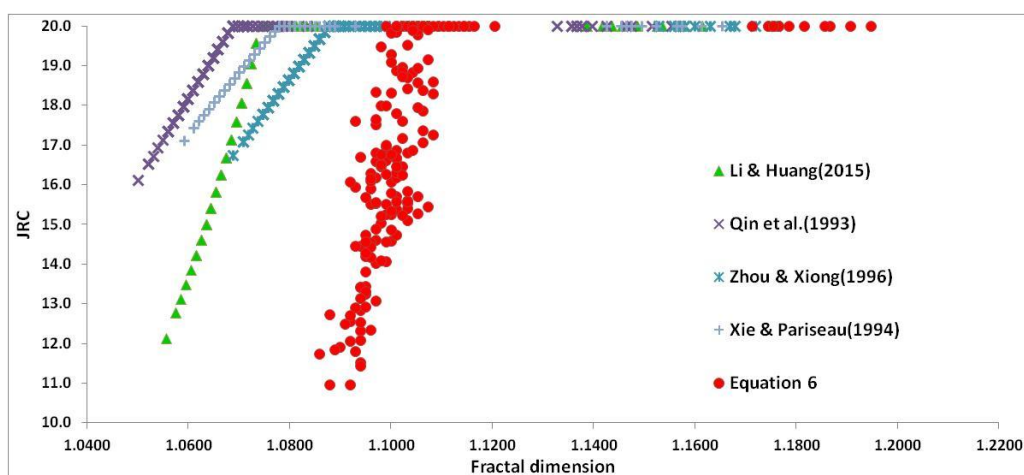
در نمودار شکل ۱۰ تغییرات عدد JRC با بعد فراکتال برای روابط ۴ تا ۸ جدول ۱ و هم‌چنین رابطه ۸ در این بررسی ترسیم شده است. در نمودار ۸ مشاهده می‌شود که رفتار روابط تک‌پارامتری متکی بر هندسه فراکتال کاملاً خطی است و به‌ازای یک مقدار مشخص عدد بعد فراکتال مقدار ثابتی برای عدد JRC وجود دارد. در مورد روابط دو پارامتری ارائه شده در این پژوهش مقدار عدد JRC علاوه بر مقدار بعد فراکتال به نسبت میان دامنه ناهمواری به‌طول مقطع نیز بستگی دارد، که نتیجه آن پراکندگی بیش‌تر نقاط نمودار است. به این معنی که به‌ازای مقدار مشخصی از عدد JRC دامنه وسیع‌تری از عدد بعد فراکتال تعریف شده که به نسبت دامنه ناهمواری به‌طول مقطع نیز وابسته است.



شکل ۸. اینفوگرافیک مراحل تبدیل مقاطع برداشت شده صحرایی به فرمت تصویری و محاسبه بعد دیمناسیون، (آ) برگه برداشت صحرایی اسکن شده، (ب) تبدیل فایل اسکن شده با نرم‌افزار Img2CAD به فایل اتوکد و اصلاح عیوب ترسیمی، (پ) تهیه خروجی تصویری به فرمت BMP برای محاسبه عدد بعد فراکتال، (ت) مقطع تک‌رنگ استفاده برای محاسبه عدد بعد فراکتال و نتایج خروجی نرم‌افزار Fractalyse

Profile picture	تعداد مقاطع	As/L	بعد فراکتال		Barton & Bandis [1]	Du et al. [8]	D*Scale factor	محاسبه JRC از معادله ۸	D*Scale factor	محاسبه JRC از معادله ۹	روش مقایسه تطبیقی با مقاطع استاندارد
			Box	Corr							
	19	0.030	1.075	1.276	16.5	11.9	1.094	12.8	1.232	9.8	5
	20	0.054	1.077	1.270	20.0	20.0	1.096	15.9	1.226	11.0	11
	21	0.024	1.075	1.276	13.6	9.8	1.094	12.3	1.232	9.2	3
	22	0.017	1.073	1.274	9.5	7.0	1.092	11.0	1.230	8.0	3
	23	0.085	1.082	1.280	20.0	20.0	1.101	20.0	1.235	16.8	15
	24	0.028	1.081	1.272	15.8	11.4	1.100	14.6	1.228	8.7	7
	25	0.015	1.088	1.272	8.4	6.1	1.107	15.4	1.228	7.2	7
	26	0.041	1.080	1.282	20.0	16.1	1.099	15.5	1.237	12.4	13
	27	0.023	1.078	1.279	12.6	9.1	1.097	13.1	1.234	9.7	9

شکل ۹. تصویر تعدادی از مقاطع برداشت شده از آهک ایلام-سروک، پارامترهای بعد فراکتال و JRC محاسبه شده



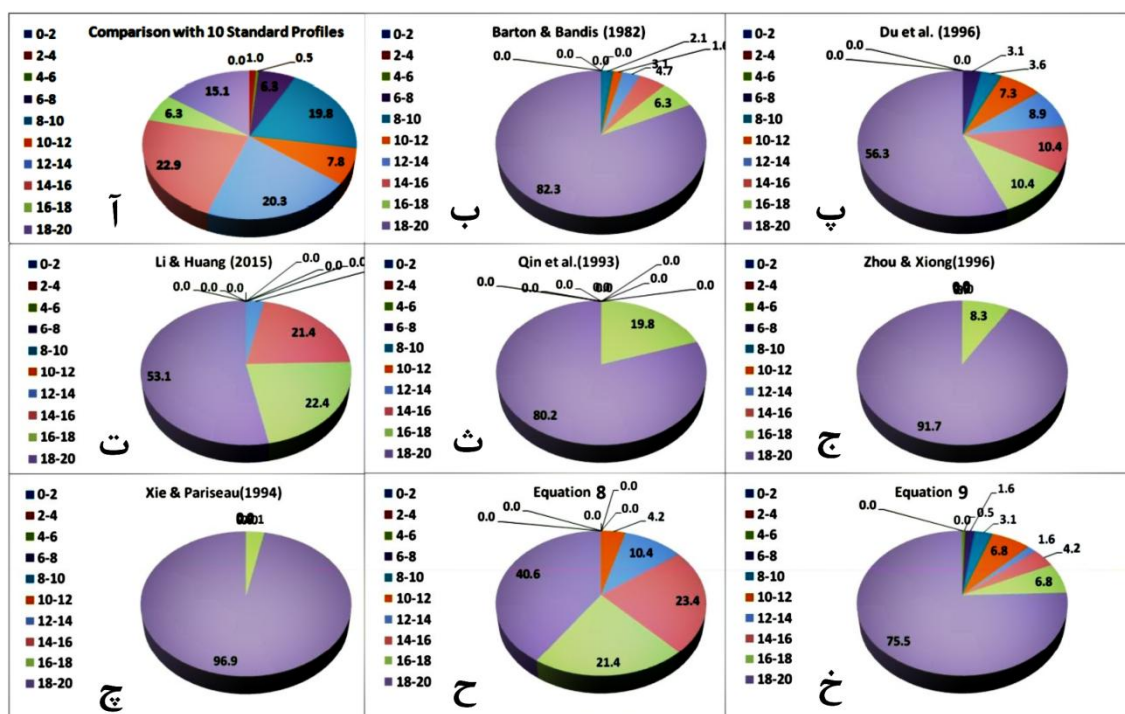
شکل ۱۰. نمودار نشان‌دهنده ارتباط میان بعد فراکتال با JRC برای مقاطع بررسی شده با روش‌های مختلف محاسبه

در شکل ۱۱ توزیع فراوانی برآورد مقدار JRC با استفاده از روابط ۱ تا ۸ جدول ۱ و روابط ۸ و ۹ این پژوهش و همچنین روش مقایسه با مقاطع استاندارد بارتن قابل مشاهده است. همچنین جدول ۴ مقدار متوسط، حداکثر و حداقل JRC محاسبه شده با استفاده از هرکدام از این روش‌ها را نشان می‌دهد. چنان‌که از شکل ۱۱ مشخص است، در مورد روابط تک پارامتری بر مبنای هندسه فراکتال به‌جز رابطه لی و هوانگ^۱ [۹] (شکل ۱۱ ت) سه رابطه دیگر (شکل ۱۱ ث، ج و ح) گستره تنوع کمی در برآورد JRC داشته‌اند و از این نظر عملکرد مطلوبی ندارند. دامنه اعداد محاسبه شده با سه رابطه دیگر محدود به بازه ۱۶ تا ۲۰ بوده است. برای روابط بر مبنای روش لبه مستقیم (شکل ۱۱ ب و پ) دامنه گسترش اعداد JRC برآورد شده برای رابطه دو و همکاران [۸] بیش از روش بارتن و باندیس [۱] بوده است و از این نظر عملکرد بهتری داشته است. از نظر درصد بازه‌های تفکیکی ده‌گانه JRC عملکرد رابطه ۹ (شکل ۱۱ خ) و رابطه

1. Li and Huang, 2015

دو و همکاران [۸] (شکل ۱۱ پ) تقریباً مشابه بوده است. رابطه ۸ (شکل ۱۱ ح) برای درصد تفکیکی بازه‌های JRC بیش‌تر از ۱۰ دارای دامنه گسترش بیش‌تری نسبت به رابطه ۹ (شکل ۱۱ خ) بوده است ولی در مقادیر کم‌تر از ۱۰ درصد برآورد کم‌تری نسبت به رابطه ۹ داشته است.

با توجه به تنوع مقادیر JRC مقاطع برداشت شده از صحرا، چنان‌که از جدول ۴ قابل مشاهده است، به‌جز رابطه لی و هوانگ [۹] بقیه روابط تک‌پارامتری بر مبنای هندسه فراکتالی دارای انحراف معیار کمی در برآورد عدد JRC بوده‌اند و گستره اعداد به‌دست آمده برای ضریب زبری به‌وسیله این روابط بسیار محدود بوده است. انحراف معیار رابطه ۹ بیش از رابطه ۸ و نزدیک به‌روش مقایسه‌ای با مقاطع استاندارد بوده است ولی میانگین بیش‌تری را برای مقادیر ضریب زبری برآورد کرده است که نزدیک به برآورد رابطه بارتن و باندیس [۱] است. هم‌چنین میانگین برآورد شده به‌وسیله رابطه ۸ کم‌تر از رابطه ۹ و نزدیک به نتایج رابطه دو و همکاران [۸] بوده است. بر اساس این نتایج رابطه ۸ برای برآورد مقاطع با ضریب زبری کم‌تر از ۱۰ و رابطه ۹ برای مقاطع با ضریب زبری بیش از ۱۰ عملکرد بهتری داشته‌اند.

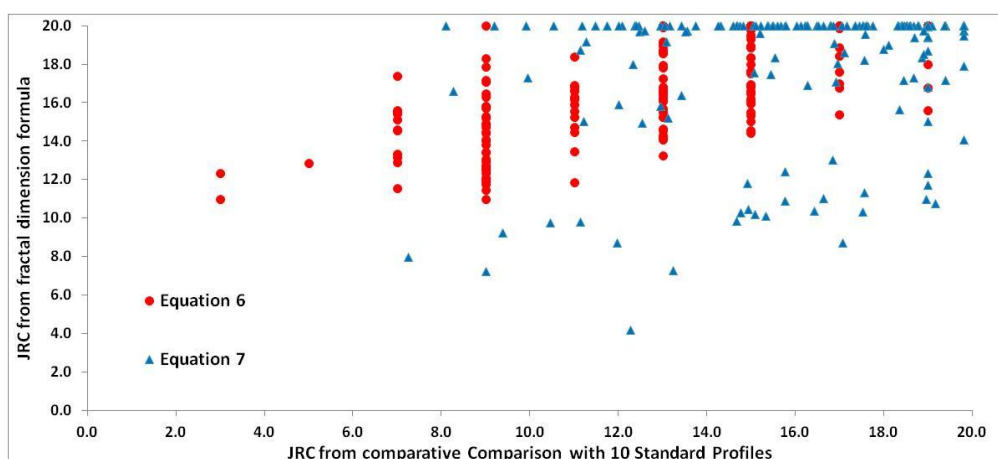


شکل ۱۱. درصد فراوانی نتایج محاسبه JRC به‌روش‌های مختلف برای مقاطع بررسی شده، (آ) روش مقایسه‌ای با مقاطع استاندارد، (ب) بارتن و باندیس (۱۹۸۲) [۱]، (پ) دو و همکاران (۱۹۹۶) [۸]، (ت) لی و هوانگ (۲۰۱۵) [۹]، (ث) کواین و همکاران (۱۹۹۳) [۱۰]، (ج) ژائو و اکسونگ (۱۹۹۶) [۱۱]، (چ) اکسای و پاریسائو (۱۹۹۶) [۱۳]، (ح) رابطه ۸، (خ) رابطه ۹

جدول ۴. نتایج حاصل از محاسبه ضریب زبری ناپیوستگی‌ها برای مقاطع بررسی شده به روش‌های مختلف

روش مقایسه	مقدار عدد JRC	تطبیقی با مقاطع استاندارد	Barton & Bandis [1]	Du et al. [8]	Li & Huang [9]	Qin et al. [10]	Zhou & Xiong [11]	Xie & Pariseau [13]	محاسبه با معادله ۸	محاسبه با معادله ۹
حداکثر	۱۹/۰	۲۰/۰	۲۰/۰	۲۰/۰	۲۰/۰	۲۰/۰	۲۰/۰	۲۰/۰	۲۰/۰	۲۰/۰
میانگین	۱۳/۱	۱۸/۹	۱۷/۰	۱۷/۷	۱۷/۷	۱۹/۲	۱۹/۳	۱۶/۹	۱۸/۱	۱۸/۱
حداقل	۳/۰	۸/۴	۶/۱	۱۲/۱	۱۶/۱	۱۶/۸	۱۷/۱	۱۱/۰	۴/۲	۴/۲
انحراف معیار	۳/۸	۲/۵	۳/۸	۲/۱	۰/۹	۰/۸	۰/۷	۲/۷	۳/۵	۳/۵

هم‌چنین در نمودار شکل ۱۲ مقدار محاسبه شده برای JRC هر مقطع با استفاده از روابط ۸ و ۹ این بررسی با مقدار تعیین شده برای آن به روش مقایسه با پروفیل‌های استاندارد بارتن آورده شده است. بر اساس این نمودار تفاوت نتایج برآورد ضریب زبری برای طیفی از داده‌ها برای رابطه ۹ در مقابل روش مقایسه‌ای بیش‌تر از رابطه ۸ است. به‌طوری که در این رابطه (رابطه ۹) برای طیفی از داده‌ها مقدار برآورد ضریب زبری، بیش‌تر و برای قسمتی از داده‌ها کم‌تر از برآورد روش مقایسه‌ای است. علت این موضوع بیش‌تر ناشی از حساسیت ذاتی روش بعد هم‌بستگی به نویز تصاویر و خطای بیش‌تر در برآورد این عدد (عدد بعد هم‌بستگی) است. در مقابل رابطه ۸ برآورد نزدیک‌تری نسبت به روش مقایسه‌ای با مقاطع استاندارد داشته است. بیش‌ترین اختلاف برآورد رابطه ۸ با روش مقایسه‌ای مربوط به بازه ضریب زبری ۸ تا ۱۰ محور افقی نمودار ۱۰ است. هم‌چنین طیف برآورد بیش از حد بالا که در رابطه ۹ به‌صورت یک خط افقی (حاصل از تجمع نقاط) در بالاترین قسمت نمودار قابل مشاهده است، برای این رابطه (رابطه ۸) دیده نمی‌شود و از این نظر عملکرد بهتری نسبت به رابطه ۹ داشته است.



شکل ۱۲. رابطه میان عدد JRC محاسبه شده به روش بعد فراکتال با استفاده از فرمول ۸ و ۹ و نسبت آن با مقدار تعیین شده به روش مقایسه با پروفیل‌های استاندارد بارتن و چوبی (۱۹۷۷)

نتیجه‌گیری

روش بعد فراکتال روشی ساده برای برآورد JRC و کاهش اثر قضاوت شخصی در محاسبه پارامتر زبری سطح درزه است. اما حساسیت بعد فراکتال به کیفیت تصویر و ایجاد نویز باعث تغییرات چشم‌گیری در محاسبه JRC می‌شود. هم‌چنین هر دو پارامتر بعد فراکتال و نسبت دامنه به طول موج در مقاطع استاندارد بارتن لزوماً با افزایش عدد JRC

روند صعودی ندارند. این نوسان برای بعد فراکتال در فاصله مقاطع استاندارد ۴ تا ۶ بارتن و چوبی (۱۹۷۷) و برای روش لبه مستقیم از مقطع ۸ تا ۱۰ بارتن و چوبی (۱۹۷۷) است (جدول ۲). سهم کردن هر دو پارامتر در برآورد JRC باعث افزایش دقت و گستره وسیع‌تر برای محاسبه عدد زبری سطح درزه نسبت به روابط تک پارامتری می‌شود که اثر آن در شکل ۱۰ و ۱۱ قابل مشاهده است. با توجه به حساسیت کم‌تر روش شمارش جعبه به نویز و کیفیت تصویر رابطه ۸ قابلیت اطمینان بیشتری در محاسبه JRC دارد. با استفاده از روابط شکل‌های ۶ و ۷ و رابطه شماره ۱۰ می‌توان تأثیر کیفیت تصویر و ضخامت مقطع در تغییر عدد بعد فراکتال را در محاسبه لحاظ کرد. برای کاهش تأثیر نویز و بالا بردن کیفیت تصویر در محاسبه بعد فراکتال توصیه می‌شود مقاطع برداشت شده صحرایی از طریق نرم‌افزارهای مربوط ابتدا وارد محیط CAD شده و پس از رفع عیوب ترسیمی از آن‌جا به فرمت تصویری برگردانده شوند. بدیهی است، در صورت موجود بودن امکانات لیز اسکن در صحرا (برای برداشت سطح درزه) نیازی به این مرحله اصلاح نیست. در این صورت با توجه به کاهش خطای ناشی از نویز تصاویر استفاده از روابط ۸ و ۹ این پژوهش برای برآورد JRC ساده‌تر و با اطمینان بیشتری امکان‌پذیر خواهد بود. با توجه به عدم قطعیت در محاسبه JRC، برای هر کدام از روش‌ها توصیه می‌شود مقدار این پارامتر از چند روش مختلف برآورد شود.

منابع

1. Barton, N., and Bandis, S. "Review of predictive capabilities of JRC-JCS model in engineering practice" In Rock joints, proc. int. symp. on rock joints, Loen, Norway, (eds N. Barton and O. Stephansson), (1990) 603-610. Rotterdam: Balkema.
2. Barton, N. "Review of a new shear- strength criterion for rock joints" Eng Geol, Vol. 7 (1973) 287-332.
3. Barton N., Choubey V., "The shear strength of rock joints in theory and practice", Rock Mech, Vol. 10 (1977) 1-54.
4. Zheng B., Qi S., "A new index to describe joint roughness coefficient (JRC) under cyclic shear", Engineering Geology, Vol. 212 (2016) 72-85.
5. Turk N., Greig M.J., Dearman W. R., Amin F. F., "Characterization of joint surfaces by fractal dimension", In: Proceedings of the 28 th US rock mechanics symposium. Tucson, Vol. 36 (1987) 1223.
6. Mandelbrot B. B., "The fractal geometry of nature", Freeman, San Francisco, (1983) 468.
7. Mandelbrot B. B., "Self-affine fractals and fractal dimension", Phys Scr, Vol. 32 (1985) 257-260.
8. Du S. G., Chen Y., Fan L. B., "Mathematical expression of JRC modified straight edge", J. Eng. Geol, Vol. 4 (2) (1996) 36-43 (In Chinese).
9. Li Y. R., Huang R. Q., "Relationship between joint roughness coefficient and fractal dimension of rock fracture surfaces", Int. J. Rock Mech. Min. Sci, Vol. 75 (2015) 15-22.

10. Qin S. Q., Zhang Z. Y., Wang S. T., Huang R. Q., "Fractal features of jointed rock masses and engineering geological significance", J Eng Geol, Vol. 1(2): (1993) 14-23.
11. Zhou C. B., Xiong W. L., "Relation between joint roughness coefficient and fractal dimension", J Wuhan Univ Hydraul Elect Eng, Vol. 29 (5) (1996) 1195-7.
12. Askari M., Ahmadi M., "Failure process after peak strength of artificial joints by fractal dimension", Geotech Geol Eng, Vol. 25 (2007) 631-7.
13. Xie H. P., Pariseau W. G., "Fractal estimation of rock joint roughness coefficient", Sci China, Vol. 24 (5) (1994) 524-30.
14. Maerz N. H., Franklin J. A., Bennett C. P., "Joint roughness measurement using shadow profilometry", Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr, 27 (1990) 329-43.
15. Molteno T. C. A., "Fast O (N) box-counting algorithm for estimating dimensions", Physical Review E, Vol. 48 (5) (1993) R3263-R3266.
16. Li J., Du Q., Sun C., "An improved box-counting method for image fractal dimension estimation", Pattern Recognition, Vol. 42 (11) (2009) 2460-2469.
17. Grassberger P., Procaccia I., "Measuring the Strangeness of Strange Attractors", Physica D: Nonlinear Phenomena, Vol. 9 (1-2) (1983) 189-208.
18. Grassberger, P. Procaccia, I. "Characterization of Strange Attractors", Physical Review Letters, Vol. 50 (5): (1983) 346-349.
19. Grassberger P., "Generalized Dimensions of Strange Attractors", Physics Letters A, Vol. 97 (6) (1983) 227-230.
20. De Coster G. P., Douglas W. M., "The efficacy of the correlation dimension technique in detecting determinism in small samples", Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol. 39 (1991) 221-229.
21. "Rock characterization testing and monitoring", (ISRM suggested methods) Pergamon Press, Oxford (1981).
22. Yong R., Ye J., Liang Q., Huang M., Du S. G., "Estimation of the joint roughness coefficient (JRC) of rock joints by vector similarity measures", Bulletin of Engineering Geology and the Environment, Vol. 10 (2017).

یادداشتها

The analysis was carried out by the software programs, Fractalyse 2.4, Img2CAD 7.0, AutoCAD 2010 & Matlab 7.0.6.